



TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**MODELAGEM DO CONSUMO DE ENERGIA E ESTUDO DE
ALGORITMOS PARA MAXIMIZAÇÃO DA EFICIÊNCIA
ENERGÉTICA EM CENÁRIO MIMO MASSIVO COM TÉCNICAS
LINEARES DE PRECODIFICAÇÃO E COMBINAÇÃO**

Jéssica Marié Maciel

Brasília, Dezembro de 2017

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

MODELAGEM DO CONSUMO DE ENERGIA E ESTUDO DE
ALGORITMOS PARA MAXIMIZAÇÃO DA EFICIÊNCIA
ENERGÉTICA EM CENÁRIO MIMO MASSIVO COM TÉCNICAS
LINEARES DE PRECODIFICAÇÃO E COMBINAÇÃO

Jéssica Marié Maciel

*Relatório submetido ao Departamento de Engenharia
Elétrica como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Eletricista*

Banca Examinadora

Prof. João Paulo Leite, Dr., ENE/UnB
Orientador

Prof. Paulo Henrique Portela de Carvalho, Dr.,
ENE/UnB
Examinador interno

Prof. Luís Afonso Bermudez, Dr., ENE/UnB
Examinador interno

Dedicatória

Dedico este trabalho às pessoas queridas que me cercam de amor o tempo todo, minha mãe e meu pai, Dedete, minhas irmãs, meu irmão, as crianças que tanto amo e o meu namorado Bruno

Jéssica Marié Maciel

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao meu orientador João Paulo Leite, por todos os ensinamentos neste ano de convivência, por toda a paciência e pelo excelente cumprimento do papel de orientador.

Agradeço a Deus por ter me dado forças para conseguir vencer mais esta etapa em minha vida e por sempre estar iluminando o meu caminho para que eu possa ir cada vez mais longe.

Agradeço aos meus pais por todo o empenho em me fornecer uma educação de qualidade, por nunca medir esforços para me ajudar a conquistar todas as vitórias da minha vida. Sem vocês, nada disso teria sido possível.

Agradeço a Dedete, por todo amor a mim dedicado e por todo carinho sempre.

Agradeço as minhas irmãs e ao meu irmão por sempre acreditarem em mim, por todos os ensinamentos ao longo da vida e por serem pessoas tão incríveis para mim.

Agradeço ao meu querido companheiro, meu namorado Bruno, por toda a paciência e por toda ajuda ao longo destes 3 anos de convivência. Você foi essencial para que eu cumprisse mais essa meta.

Agradeço aos meus colegas de curso por tornarem esses 5 anos de Engenharia Elétrica os mais especiais possíveis.

Agradeço aos professores membros da banca examinadora, por aceitarem tão prontamente o meu convite em participara da defesa do meu Trabalho de Conclusão de Curso.

Jéssica Marié Maciel

Os estudos sobre a evolução da atual tecnologia das comunicações móveis, o LTE (*Long Term Evolution*), para o 5G apresenta vários requisitos de projeto, dentre os quais pode-se destacar o aumento da capacidade com uma concomitante redução da potência consumida pelo sistema, que se refletem em um aumento da eficiência energética. Neste contexto, estudos mostram que a promessa para o cumprimento destes requisitos são os sistemas baseados em tecnologia MIMO massivo que, com uso de uma quantidade massiva de antenas na estação base e atendendo a dezenas de usuários simultaneamente, exploram intensamente o uso da multiplexação espacial e conseguem atingir maiores taxas e maior eficiência da energia radiada.

Neste cenário, o presente trabalho tem por objetivo mostrar que os sistemas MIMO massivo são uma abordagem para atingir a eficiência energética. Para tal, é exposta a modelagem de consumo energético global de um sistema de comunicações móveis, englobando os elementos de principal consumo energético no sistema e, conjuntamente com derivações sobre a capacidade do sistema, é feito um estudo sobre a configuração do número de antenas na estação base, de usuários atendidos simultaneamente e da relação sinal ruído do sinal recebido, englobando os enlaces direto e reverso, que garante a maximização da eficiência energética global do sistema.

Este estudo é feito considerando o uso de técnicas lineares de precodificação e combinação, mais especificamente, *zero forcing* e *maximum ratio transmission/maximum ratio combining* e para encontrar este ponto de máximo global, são desenvolvidos algoritmos de busca via simulações computacionais. Será mostrado que particularidades existentes para o *zero forcing* possibilitam derivar expressões analíticas para a taxa de transmissão e para a potência dos enlaces e uma solução analítica para o problema de eficiência energética, viabilizando o desenvolvimento de um algoritmo de busca iterativa do ponto de máximo global. Este algoritmo se baseia no fato desta função ser quase-côncava, o que garante a existência de um ponto de máximo, e reduz significativamente a complexidade computacional envolvida na busca deste máximo global. Neste trabalho são propostas alterações no algoritmo apresentado na literatura estudada, reduzindo ainda mais a complexidade computacional deste processo.

Palavras-chave: MIMO massivo, eficiência energética, modelagem de consumo energético, algoritmos de maximização da eficiência energética, técnicas lineares, precodificação, combinação, simulações computacionais.

ABSTRACT

Studies about the evolution of current mobile technology, LTE (Long Term Evolution), for 5G exhibit several project requirements, among which we can highlight the increase in capacity with a concomitant reduction of the power of the system, which are reflected in an increase in energy efficiency. In this context, studies indicate that the promise to accomplish these requirements are systems based on massive MIMO technology which using a massive amount of antennas in the base station and serving dozens of users simultaneously, intensely exploit the use of spatial multiplexing and achieve higher rates and greater efficiency of radiated energy.

In this scenario, the present work aims to show that massive MIMO systems are one possible approach to achieve energy efficiency. With this purpose, a global energy consumption model of a mobile communication system is developed, embracing the elements of main energy consumption in the system and, together with derivations of the capacity of the system, a study is developed about the configuration of the number of antennas in the base station, simultaneously served users and the signal to noise ratio of the received signal, including the uplink and downlink, which guarantees the maximization of the overall energy efficiency of the system.

This study is based on the use of linear precoding and combining techniques, more specifically, zero forcing and maximum ratio transmission/ maximum ratio combining and to find this maximum global point, search algorithms are developed through computational simulations. It will be shown that particularities existed for zero forcing makes possible to derive analytical expressions for the transmission rate and the power of the links, and a analytical solution for the energy efficiency problem, making possible the development of an iterative search algorithm of the global maximum point. This algorithm is based on the fact that this function is quasi-concave, which guarantees the existence of a maximum point, and significantly reduces the computational complexity involved in the search for this global maximum. In this work, changes are proposed in the algorithm presented in the studied literature, further reducing the computational complexity of this process.

Keywords: Massive MIMO, energy efficiency, energy consumption model, energy efficiency maximization algorithms, linear techniques, precoding, combination, computational simulations.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2	VANTAGENS DO MIMO MASSIVO	2
1.3	DESAFIOS PRÁTICOS NA IMPLEMENTAÇÃO DO MIMO MASSIVO	3
1.4	POR QUE ESTUDAR EFICIÊNCIA ENERGÉTICA?	4
1.5	OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO	7
2	CAPACIDADE DO MIMO MASSIVO	10
2.1	INTRODUÇÃO	10
2.2	CAPACIDADE DO MIMO PONTO-A-PONTO	11
2.2.1	CAPACIDADE DE UM SISTEMA SISO	11
2.2.2	CAPACIDADE DE UM SISTEMA MIMO	12
2.3	CAPACIDADE DE UM SISTEMA MIMO MULTIUSUÁRIO	20
2.3.1	MODELAGEM DO MIMO MULTIUSUÁRIO	21
2.3.2	CAPACIDADE PARA O CANAL MAC	22
2.3.3	CAPACIDADE PARA O CANAL <i>Broadcast</i>	22
2.3.4	TÉCNICAS DE PRECODIFICAÇÃO E COMBINAÇÃO	25
2.4	CAPACIDADE DE UM SISTEMA MIMO MASSIVO	26
2.4.1	MODELAGEM DO MIMO MASSIVO	26
2.4.2	ESTUDOS SOBRE O DESEMPENHO DA CAPACIDADE DO MIMO MASSIVO	27
2.5	CONCLUSÕES PARCIAIS	28
3	EFICIÊNCIA ENERGÉTICA	30
3.1	INTRODUÇÃO	30
3.2	MODELAGEM DO CENÁRIO MIMO MASSIVO	31
3.3	TAXA TOTAL DE TRANSMISSÃO DO SISTEMA	34
3.3.1	TAXA TOTAL DO ENLACE DIRETO	34
3.3.2	TAXA TOTAL DO ENLACE REVERSO	35
3.3.3	ALOCAÇÃO DE POTÊNCIA	36
3.3.4	TAXA TOTAL PARA O CASO DO ZF	38
3.4	MODELAGEM DO CONSUMO ENERGÉTICO	38
3.4.1	<i>Backhaul</i>	40
3.4.2	CUSTOS FIXOS DE POTÊNCIA	40

3.4.3	POTÊNCIA DE RECEPÇÃO	40
3.4.4	POTÊNCIA DE TRANSMISSÃO	41
3.4.5	PROCESSOS DE CODIFICAÇÃO E DECODIFICAÇÃO DE CANAL	41
3.4.6	ESTIMAÇÃO DO CANAL	42
3.4.7	PROCESSOS DE PRECODIFICAÇÃO E COMBINAÇÃO	43
3.4.8	AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA	44
3.4.9	PARÂMETROS DA MODELAGEM DE CONSUMO ENERGÉTICO	47
3.5	EFICIÊNCIA ENERGÉTICA	48
3.6	CONCLUSÕES PARCIAIS	49
4	OTIMIZAÇÃO DA EFICIÊNCIA ENERGÉTICA COM USO DO <i>Zero Forcing</i>	50
4.1	INTRODUÇÃO	50
4.2	ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DA EFICIÊNCIA ENERGÉTICA COM ZF	51
4.2.1	DEFINIÇÕES PRELIMINARES	52
4.2.2	OTIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE USUÁRIOS	55
4.2.3	OTIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE ANTENAS NA ESTAÇÃO BASE	56
4.2.4	OTIMIZAÇÃO DA POTÊNCIA DE TRANSMISSÃO DO ENLACE	58
4.3	ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO	59
4.4	RESULTADOS OBTIDOS COM AS SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS	65
4.5	CONCLUSÕES PARCIAIS	68
5	OTIMIZAÇÃO DA EFICIÊNCIA ENERGÉTICA COM USO DO MRT/MRC E COM- PARAÇÕES COM ZF	70
5.1	INTRODUÇÃO	70
5.2	PROCEDIMENTOS PARA OBTENÇÃO DA SUPERFÍCIE DE EE VIA SIMULAÇÃO MONTE CARLO COM MRT/MRC	71
5.3	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO	77
5.3.1	VALIDAÇÃO DO CÓDIGO UTILIZANDO O ZF	80
5.4	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM ZF E MRT/MRC	81
5.4.1	EFICIÊNCIA ENERGÉTICA	82
5.4.2	POTÊNCIA TOTAL DO PA	83
5.4.3	VAZÃO POR UNIDADE DE ÁREA	84
5.4.4	SINR	85
5.5	DISTRIBUIÇÃO DA TAXA ENTRE OS USUÁRIOS	86
5.6	CONCLUSÕES PARCIAIS	89
6	CONCLUSÕES	91
6.1	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	94
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	95
	ANEXOS	98
I	DEMONSTRAÇÃO DA EXISTÊNCIA DE z^{otm} E DERIVAÇÃO DE SUA EXPRESSÃO ..	99

II	OTIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE USUÁRIO - K ÓTIMO	101
II.1	EXPRESSÃO PARA K^{otm}	101
II.2	K ÓTIMO DESCONSIDERANDO P_{EC} E P_{PC}	103
III	OTIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE ANTENAS NA ESTAÇÃO BASE - M ÓTIMO	105
III.1	EXPRESSÃO PARA M^{otm}	105
III.2	LIMITE INFERIOR DE M^{otm}	106
III.3	LIMITE DE M^{otm} PARA $\rho \rightarrow \infty$	107
IV	OTIMIZAÇÃO DA SINR DA POTÊNCIA DE TRANSMISSÃO DO ENLACE - ρ ÓTIMO	108
IV.1	EXPRESSÃO PARA ρ^{otm}	108
IV.2	LIMITE INFERIOR DE ρ^{otm}	109
IV.3	LIMITE DE ρ^{otm} PARA $M \rightarrow \infty$	110

LISTA DE FIGURAS

1.1	Modelagem do consumo energético de uma estação base. Adaptado de [1].	5
1.2	Consumo de potência para diferentes tipos de BSs. Adaptado de [1].	7
1.3	Consumo de potência para diferentes tipos de BSs. Adaptado de [1].	8
2.1	Simulação da capacidade em função da distribuição dos autovalores.	15
2.2	<i>Eigenbeamforming</i> em um sistema MIMO - Adaptado do capítulo 3 de [2].	16
2.3	Capacidade para o caso de $N_r \geq N_t$ com as três configurações.	18
2.4	Capacidade para o caso de $N_t \geq N_r$ com as três configurações.	19
2.5	Capacidade ergódica para o caso MIMO $N \times N$.	20
2.6	Sistema MIMO multiusuário - Canais MAC e <i>broadcast</i> .	21
2.7	Modelagem do sistema para os canais MAC e <i>broadcast</i> . Fonte: Capítulo 2 de [3].	21
2.8	Região de capacidade do canal BC obtido pela dualidade MAC-BC. Fonte: Capítulo 2 de [3].	23
2.9	Modelagem do MIMO massivo com canais MAC e BC. Adaptado de [3].	27
2.10	CDF dos autovalores ordenados de $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$.	29
3.1	Modelagem da transmissão com uso de TDD. Adaptado de [4].	32
3.2	Distribuição dos usuários em região circular ao redor da estação base. Adaptado de [4].	33
3.3	Modelagem do consumo energético do sistema MIMO.	39
3.4	Modelagem do circuito de recepção de cada usuário. Adaptado de [5].	41
3.5	Modelagem do circuito de transmissão de cada antena da estação base. Adaptado de [5].	41
4.1	Ilustração de uma função convexa.	53
4.2	Ilustração de uma função côncava com o ponto de máximo global.	54
4.3	Superfície de EE com uso do ZF e algoritmo de otimização alternativo. Adaptado de [6].	62
4.4	Superfície da eficiência energética com uso do ZF com os resultados do algoritmo de otimização sobrepostos utilizando a modelagem de [6].	65
4.5	Superfície da eficiência energética com uso do ZF com os resultados do algoritmo de otimização sobrepostos.	67
5.1	Superfície da eficiência energética com uso do MRT/MRC.	77
5.2	Superfície da eficiência energética com ZF via simulação MC.	80

5.3	Eficiência energética para K^{otm} com diferentes valores de M para ZF, MRT/MRC e ZF via simulação Monte Carlo.	83
5.4	Potencia total do PA e por antena para K^{otm} com diferentes valores de M para ZF, MRT/MRC e ZF via simulação Monte Carlo.	84
5.5	Vazão por unidade de área para K^{otm} com diferentes valores de M para ZF, MRT/MRC e ZF via simulação Monte Carlo.	85
5.6	SINR para K^{otm} com diferentes valores de M para ZF, MRT/MRC e ZF via simulação Monte Carlo.	86
5.7	Distribuição da taxa entre os usuários para um cenário com $M = 90$ e $K = 20$	88
5.8	Distribuição da taxa entre os usuários para um cenário com $M = 90$ e $K = 76$, cenário de máxima EE para o MRT/MRC.	88
5.9	Distribuição da taxa entre os usuários para um cenário com $M = 90$ e $K = 90$	89

LISTA DE TABELAS

3.1	Modelagem de Consumo Energético	47
3.2	Coefficientes da Modelagem de Consumo Energético	48
4.1	Resultados da simulação	64
4.2	Parâmetros de simulação	66
4.3	Resultados da simulação computacional	67
4.4	Potências de cada elemento da modelagem na simulação computacional	68
5.1	Potências de cada elemento da modelagem na simulação computacional	78
5.2	Parâmetros de simulação	79
5.3	Comparação entre os resultados do ZF e do MRT/MRC.....	81

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

B	Banda de Transmissão	[Hz]
B_C	Banda de Coerência	[Hz]
T_C	Tempo de Coerência	[s]
U	Número de símbolos no quadro	[símbolos]
R	Taxa de transmissão	[bps]
P	Potência dos usuários, potência de transmissão	[W]
M	Número de antenas na estação base	[antenas]
K	Número de usuários atendidos simultaneamente	[usuários]
D	Atenuação fixa do canal no desvanecimento de larga escala	
D_j	Coefficiente da modelagem de consumo energético (escala com MK^j)	[W]
C_i	Coefficiente da modelagem de consumo energético (escala com K)	[W]
A	Coefficiente da modelagem de consumo energético (escala com Taxa)	[W]
L	Eficiência computacional	[operações/J]
d_{min}	Raio mínimo da região de distribuição dos usuários	[m]
d_{max}	Raio máximo da região de distribuição dos usuários	[m]
C	Capacidade do sistema	[bits]
x	Posição do usuário	[m]

Grupos Adimensionais

k	Expoente de perda de percurso
$f(x)$	Função de densidade de distribuição dos usuários
$l(x)$	Função de desvanecimento em larga escala
S_x	Esperança da função de desvanecimento em larga escala
\mathcal{N}	Distribuição gaussiana da variável aleatória
W	Distribuição complexa de Wishart

Subscritos

k	Identificador do k-ésimo usuário atendido simultaneamente
i, j	Índices da modelagem de consumo energético
BS	Estação base
UE	Usuário
ul	Enlace direto
dl	Enlace reverso

Sobrescritos

ul	Enlace direto
dl	Enlace reverso
-	Valor bruto, sem <i>overhead</i>

Símbolos Gregos

ρ	Relação Sinal Ruído Interferência
μ	Média da variável aleatória
σ^2	Variância da variável aleatória
τ	Tempo do quadro de transmissão destinado ao <i>overhead</i> (pilotos)
ζ	Parcela do tempo de quadro destinada a cada enlace
η	Eficiência do amplificador de potência
λ	Autovalores da matriz de resposta do canal (\mathbf{H})
β	Razão entre M e K
ϕ_{user}	Função de otimização da eficiência energética em função de K
ϕ_{base}	Função de otimização da eficiência energética em função de M
ϕ_{SINR}	Função de otimização da eficiência energética em função de ρ

Notações e Operadores Matemáticos

$ \mathbf{A} $	Determinante da matriz \mathbf{A}
$\ \mathbf{a}\ $	Norma do vetor \mathbf{a}
$\ A\ _F^2$	Norma de Frobenius da matriz \mathbf{A}
Negrito	Matrizes e vetores
\mathbb{E}	Esperança
T	Transposto da matriz
H	Hermitiana da matriz
\circ	Produto Matricial Hadamard
$tr()$	Operador Traço
$W(x)$	Função W <i>Lambert</i>
$H(X)$	Entropia da variável aleatória X
$I(X)$	Informação da variável aleatória X

Matrizes e vetores

\mathbf{H}	Matriz de resposta do canal de comunicação entre BS e usuários
\mathbf{H}_w	Matriz de canal com desvanecimento Rayleigh
\mathbf{R}	Matriz de covariâncias da variável aleatória
\mathbf{I}	Matriz Identidade
\mathbf{U}, \mathbf{V}	Matrizes unitárias
\mathbf{D}	Matriz diagonal
\mathbf{G}, \mathbf{g}	Matriz, vetor de combinação
\mathbf{V}, \mathbf{v}	Matriz, vetor de precodificação
$\mathbf{1}_K$	Matriz de elementos 1 com dimensão $K \times K$

Siglas

MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
SISO	<i>Single Input Single Output</i>
LTE	<i>Long Term Evolution</i>
SE	<i>Spectral Efficiency</i> - Eficiência Espectral
EE	<i>Energy Efficiency</i> - Eficiência Energética
TDD	<i>Time Division Duplexing</i> - Duplexação por Divisão no Tempo
BS	<i>Base Station</i> - Estação Base
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i> - Relação Sinal Ruído
SINR	<i>Signal to Interference plus Noise Ratio</i> - Relação Sinal Ruído Interferência
PA	<i>Power Amplifier</i> - Amplificador de Potência
AC/DC	<i>Alternate Current/ Direct Current</i> - Corrente Alternada/ Corrente Contínua
RF	<i>RadioFrequency</i> - Radiofrequência
BB	<i>Base Band</i> - Banda Base
AD/DA	<i>Digital to Analog/ Analog to Digital</i> - Digital para Analógico e vice versa
ZF	<i>Zero Forcing</i>
MRT	<i>Maximum Ratio Transmission</i>
MRC	<i>Maximum Ratio Combining</i>
CSI	<i>Channel State Information</i> - Informação de Estado do Canal
CSIT	<i>Transmitter Channel State Information</i>
CSIR	<i>Receiver Channel State Information</i>
NLOS	<i>Non Line of Sight</i> - Ausência de Linha de Visada
CDIT	<i>Transmitter Channel Distribution Information</i>
CDF	<i>Cumulative Density Function</i> - Função de Distribuição Cumulativa
PDF	<i>Probability Density Function</i> - Função de Densidade de Probabilidade
IID	<i>Independent and Identically Distributed</i> - Independente e Igualmente Distribuído
FFT/IFFT	<i>Fast Fourier Transform/ Inverse Fast Fourier Transform</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i> - Multiplexação por Divisão Ortogonal na Frequência
MAC	<i>Multiple Access Channel</i> - Canal de Múltiplo Acesso - Enlace Direto
BC	<i>Broadcast</i> - Canal de Banda Larga - Enlace Reverso
TDMA	<i>Time Division Multiple Access</i> - Acesso Múltiplo por Divisão de Tempo
IFA	<i>Intermediate Frequency Amplifier</i> - Amplificador de Frequência Intermediária

Capítulo 1

Introdução

Este capítulo tem como objetivo apresentar o cenário atual das comunicações móveis, os fundamentos do estudo do MIMO massivo e a motivação para o estudo da eficiência energética neste cenário.

1.1 Contextualização

O crescente tráfego de dados entre os dispositivos móveis está demandando cada vez mais sistemas com uma maior capacidade, que se reflete em maiores taxas de transmissão e maior velocidade. Para possibilitar o aprimoramento dos sistemas de comunicação móvel e o desenvolvimento das técnicas amplamente utilizadas atualmente, surgiram os sistemas baseados em tecnologia MIMO (*multiple input multiple output*, múltiplas antenas na entrada e na saída), que explorou as técnicas de diversidade espacial e multiplexação espacial e proporcionou um aumento significativo da capacidade do sistema. Essas técnicas tem por objetivo, respectivamente, melhoria da qualidade do sinal recebido via redução dos efeitos de desvanecimento por múltiplos percursos e aumento da taxa de transmissão pela exploração das vantagens de um ambiente rico em espalhamento. No entanto, as previsões de crescimento futuro mostram que estes sistemas não serão capazes de suportar as demandas previstas para os próximos anos, sendo necessário o desenvolvimento de novas técnicas para comportar essa crescente exigência dos usuários das comunicações sem fio [7].

Estudos apresentados em [8] mostram que a previsão é de um aumento de cerca de 1000 vezes no fluxo de dados por área, requerindo um aumento da taxa por usuário de 10 a 100 vezes com um concomitante aumento na mesma ordem de grandeza do número de usuários conectados e atendidos simultaneamente. Além disso, deseja-se que os dispositivos possuam baterias de longa duração e que os custos das estações base sejam reduzidos, o que implica em baixo consumo energético. Neste cenário, surgem estudos sobre a evolução da atual tecnologia, o LTE (*long term evolution*), para o 5G. Embora o conceito do 5G ainda não esteja completamente definido, sabe-se que os seus requisitos principais, com base em [8], são: conectividade massiva e comunicação direta entre os dispositivos, altíssimas taxas com baixa latência, comunicação ultra confiável e onipresente, desempenho eficiente em regiões ultra-densas, garantia de mobilidade ao usuário e uma rede com gerenciamento efetivo de uma grande quantidade de dispositivos conectados garantindo uma alta

qualidade de serviço. Além disso, visto que as tecnologias anteriores focaram em eficiência espectral (SE), é desejável que ocorra uma redução da solução de compromisso existente entre eficiência espectral e eficiência energética (EE), conseguindo aumentar a EE concomitantemente com a SE.

Neste contexto, com o objetivo de atender às futuras gerações de redes de banda larga, cumprindo os requisitos de aumento da capacidade do sistema e das taxas de transmissão dos enlaces, da redução de potência dos dispositivos e da melhoria da eficiência energética, surgem os estudos sobre o MIMO massivo, que é uma expansão da atual tecnologia MIMO com a promessa de aumentar os ganhos provenientes do uso de múltiplas antenas na estação base e de múltiplos usuários atendidos simultaneamente para dimensões massivas. Os estudos nessa área, conforme [7], mostram que é possível aumentar potencialmente em até 10 vezes a capacidade do sistema com uma concomitante melhoria da eficiência energética em até 100 vezes.

1.2 Vantagens do MIMO Massivo

O que diferencia o MIMO massivo do MIMO ponto-a-ponto é a quantidade de antenas na estação base e de usuários atendidos simultaneamente. Enquanto o MIMO ponto-a-ponto, utilizado na tecnologia LTE, engloba cerca de 8 antenas na estação base atendendo a um número pequeno de usuários [9], no cenário MIMO massivo, a ideia é de um sistema com centenas de antenas na estação base atendendo a dezenas de usuários simultaneamente [7]. Definição semelhante é encontrada em [10], em que um sistema MIMO massivo é definido como um arranjo com centenas, ou poucas centenas de antenas na estação de base atendendo a dezenas de usuários.

Algumas das vantagens do MIMO massivo surgem por um agressivo uso dos graus de liberdade provenientes da quantidade massiva de antenas na estação base, que se reflete prioritariamente no aumento da capacidade do sistema e da eficiência energética. Ambas as melhorias são possíveis pela exploração intensa tanto da diversidade quanto da multiplexação espaciais e pelo uso de uma grande quantidade de antenas de tamanho reduzido. Este último aspecto viabiliza a concentração de energia em áreas menores, garantindo a superposição construtiva das formas de onda na região desejada, ou seja, nos terminais dos dispositivos e a superposição destrutiva nas demais regiões, reduzindo assim a interferência entre usuários e melhorando a qualidade do sinal recebido. Conforme o exposto em [7], o uso do MIMO massivo pode proporcionar um aumento potencial de até 10 vezes na capacidade do sistema com um concomitante aumento da eficiência energética em até 100 vezes. Outra possibilidade do uso da excessiva quantidade de graus de liberdade é contra interferências intencionais, garantindo um sistema com maior segurança e robustez.

Uma característica presente no sistema MIMO ponto a ponto que também apresenta uma melhoria significativa no MIMO massivo é a solução de compromisso existente entre eficiência espectral e eficiência energética. Conforme mostrado em [7], com uma configuração massiva em que a estação base apresenta 100 antenas atendendo a 40 usuários é possível obter elevados valores de eficiência energética com valores consideráveis de eficiência espectral. Expondo em números, pode-se obter uma SE de cerca de 60 bps/Hz com uma EE na ordem de 10^3 bits/J.

Outra vantagem do uso do MIMO massivo é proveniente da substituição de arranjos com

grandes antenas ultra-lineares e com cadeiras de radiofrequência (RF) com potências na ordem de dezenas de *Watts* por uma massiva quantidade de pequenas antenas com cadeias de RF que apresentam potência na ordem de mili *Watts*, o que acarreta a redução dos custos e da potência total, além de reduzir as restrições de acurácia e linearidade dos amplificadores e demais componentes dos circuitos. Além disso, essa redução no consumo energético pode viabilizar o uso de novas fontes de energia, a exemplo da solar e da eólica, facilitando a expansão dos sistemas de comunicação móveis para regiões desprovidas de redes elétricas robustas.

Por fim, podem-se destacar ainda dois aspectos interessantes do MIMO massivo. O primeiro é que ao explorar a grande quantidade de antenas na estação base e formar feixes mais estreitos e concentrados em regiões específicas, pode-se proporcionar a redução da latência do sistema por diminuir os atrasos provenientes dos múltiplos percursos. O segundo é relacionado com os resultados assintóticos de capacidade. Estudos apresentados em [9] mostram que no cenário MIMO massivo, os ganhos associados aos canais de comunicação são maiores, proporcionando melhorias significativas na capacidade do sistema.

Por ser uma tecnologia em estudo, alguns são os desafios a serem vencidos pelo MIMO massivo para viabilizar todas estas vantagens aqui apresentadas. A próxima seção tem por objetivo expor os principais desafios de implementação desta tecnologia em desenvolvimento.

1.3 Desafios Práticos na Implementação do MIMO Massivo

Conforme mencionado na seção anterior, alguns são os desafios de implementação prática do MIMO massivo. Os dois fatores limitantes de maior destaque neste cenário são: a contaminação de pilotos e a necessidade de reciprocidade de canal.

A reciprocidade do canal está relacionada ao uso de TDD (*time division duplexing*, duplexação por divisão no tempo) e das técnicas de precodificação e combinação. A estação base (BS) precodifica os sinais a serem enviados aos usuários, com o intuito de mitigar ou amenizar os efeitos da interferência entre estes ou de maximizar a relação sinal ruído no receptor. De maneira análoga, a estação base realiza o processo de combinação dos sinais enviados pelos usuários, com o intuito de viabilizar a separação dos sinais provenientes de cada dispositivo na BS.

Ambas estas técnicas requerem a reciprocidade do canal de comunicação, ou seja, que o canal do enlace direto (da estação base para os usuários) seja igual ao canal do enlace reverso (dos usuários para a BS), de modo que, se os canais de propagação se alterarem ao longo do processo, erros são ocasionados na recepção dos sinais pelos usuários ou pela BS. Conforme exposto em [7], embora o canal de propagação seja recíproco na maioria das vezes, os *hardwares* dos dispositivos da estação base e dos terminais podem não apresentar essa reciprocidade entre os enlaces direto e reverso. Neste caso, é preciso utilizar técnicas de calibração das cadeias de *hardware* dos enlaces, garantindo assim a reciprocidade dos dispositivos. No entanto, este é um problema em avançado desenvolvimento e existem abordagens de calibração que já foram testadas na prática [7].

Com relação à contaminação de pilotos, conforme [7], este problema é advindo da limitação

na quantidade de pilotos ortogonais existentes, que é restrita à duração do intervalo de coerência. Esta limitação, por sua vez, faz com que a quantidade de pilotos ortogonais disponíveis seja menor do que a necessária para a operação adequada do sistema, exigindo o reuso de pilotos. Este reuso de pilotos de uma célula para outra ocasiona o fenômeno conhecido como contaminação de pilotos, cujas consequências afetam a estimação do canal, gerando estimativas que são provenientes da combinação linear dos canais que compartilham o mesmo piloto. Embora não seja um fenômeno exclusivo do MIMO massivo, seus efeitos são mais significativos neste cenário devido a uma maior quantidade de usuários atendidos simultaneamente. Este é um dos principais fatores limitantes do cenário MIMO massivo e muitos estudos estão sendo realizados na área com intuito de identificar técnicas para mitigar o efeito da contaminação de pilotos [7].

Por fim, outro importante desafio do MIMO massivo é o espaço físico limitado para acomodar uma quantidade significativa de antenas, visto que os sistemas atuais apresentam cerca de dezenas de antenas e a previsão do cenário MIMO massivo é de centenas de antenas, conforme mencionado anteriormente. O principal fator proveniente desta mudança é que o comportamento de antenas reais em muito se difere do esperado pela teoria [9]. Na prática, as antenas são não isotrópicas, o que altera a correlação espacial entre antenas adjacentes. Além disso, a interação eletromagnética entre elas, o que causa acoplamento mútuo, somente é desprezível em situações de grande espaçamento entre as mesmas, o que na prática se torna inviável. Outro fator que influencia este acoplamento é que, dado que existem limitações físicas de volumes compactos dos dispositivos e estações de base, os arranjos serão preferencialmente 2D ou 3D, reduzindo assim o espaçamento entre antenas adjacentes e aumentando o efeito do acoplamento entre as mesmas. Com isso, a capacidade de sistemas físicos reais é muito afetada, sendo a redução na capacidade proporcional ao espaçamento entre as antenas. Dessa forma, estudos estão sendo realizados com objetivo de mitigar os efeitos das antenas reais em arranjos com limitado espaço físico entre elas.

Conforme mostrado nestas duas seções, pode-se pensar que o aumento da dimensão dos sistemas, ocasionado pelo aumento do número de antenas na estação base e de usuários atendidos simultaneamente, conjuntamente com o aumento das taxas de transmissão em ambos os enlaces teriam como consequência um aumento significativo da potência de transmissão do sistema. No entanto, estudos sobre eficiência energética mostram que possivelmente os resultados obtidos são contrários a este pensamento, sugerindo que o cenário MIMO massivo consegue concomitantemente aumentar as taxas de transmissão dos enlaces com uma redução da potência de transmissão do sistema, maximizando assim a eficiência energética global. A próxima seção tem por objetivo apresentar as motivações para o estudo da EE neste cenário.

1.4 Por que estudar Eficiência Energética?

O presente trabalho tem por objetivo fazer um estudo da configuração de número de antenas na estação base, número de usuários atendidos simultaneamente e potência de transmissão de ambos os enlaces que garante a maximização da eficiência energética. Esse assunto desperta interesse pois, conforme mostrado nas seções anteriores, uma das grandes promessas do MIMO massivo, e que

é um dos requisitos para as futuras gerações de banda larga é uma elevada eficiência energética, visto que o objetivo é atingir altíssimas taxas com o menor consumo de potência possível. Como, conforme [11], a eficiência energética é definida como a razão entre a taxa total de transmissão do sistema e a potência total de transmissão de ambos os enlaces, a EE é um parâmetro relevante neste cenário.

A taxa total de transmissão do enlace, conforme será mostrado nos capítulos 2 e 3, é dependente da largura de banda de transmissão (B) e da relação sinal ruído (SNR) do sinal recebido, sendo portanto relacionada com a técnica de precodificação e combinação escolhidas para os enlaces direto e reverso.

Com relação ao consumo energético, sua modelagem é dependente de uma série de fatores. Uma estação base é composta por vários transceptores, ou *tranceivers*, cada um alimentando uma antena de transmissão [12]. Cada transceptor é modelado conforme ilustra a Fig. 1.1, em que é possível identificar os seguintes elementos: alimentações (tanto AC (corrente alternada) quanto DC (corrente contínua)), amplificador de potência (PA), sistemas de refrigeração dos dispositivos, cadeias de radiofrequência (RF), processos banda base (BB) e a interface com a antena de transmissão. Dessa forma, a potência da BS cresce proporcionalmente com o número de transceptores e de antenas.



Figura 1.1: Modelagem do consumo energético de uma estação base. Adaptado de [1].

Para compreendermos um pouco melhor a origem do consumo de cada um desses componentes, com base em [1], [12] e [13] temos:

- **Antenas:** seu consumo é modelado por perdas que estão associadas aos alimentadores de energia, aos filtros passa-banda e aos duplexadores. Como as antenas estão em localização física distinta das estações base, é comum considerar perdas de cerca de 3 dB relacionadas a alimentação das antenas, perda essa relacionada aos cabos que conectam a BS à antena.
- **Amplificador de potência:** o PA é mais eficiente próximo do ponto de saturação, no entanto, é necessário que ele opere com elevado *backoff*, o que ocasiona uma baixa eficiência e alto consumo de potência. Além disso, as não linearidades do amplificador de potência

causam distorções ao sinal transmitido, requerindo uma potência de transmissão ainda maior para evitar interferência entre as antenas.

- **Cadeia de radiofrequência:** engloba um transmissor e um receptor (ambos os enlaces) e depende da arquitetura da estação base. Seu consumo energético está relacionado com a largura de banda, relação sinal ruído interferência (SINR), conversão analógico digital (AD) e número de antenas na BS.
- **Processos banda base:** englobam a conversão digital analógica (DA), filtragem, modulação, demodulação, detecção de sinal, codificação e decodificação. Sua potência depende dos algoritmos aplicados, do número de antenas e da largura de banda de transmissão.
- **Alimentação:** de maneira semelhante às antenas, as alimentações são representadas por perdas, escalam com o consumo dos outros componentes do transceptor e englobam a alimentação DC, os sistemas de refrigeração (necessários pois os processos banda base e a cadeia RF dissipam potência na forma de calor) e a alimentação elétrica (AC). Essa parcela é importante visto que a eficiência dos sistemas de alimentação são em torno de 85% a 90%.

Além disso, como mostrado em [1] e [12], a parcela do consumo de cada um desses componentes depende do tipo de estação base considerada, conforme ilustra a Fig. 1.2. Observe que para macro estações base, que abrangem uma larga área de cobertura, a potência é predominantemente dos amplificadores. Já para as micro BS, a potência do PA e dos processos banda base são modeladas pela mesma porcentagem com relação ao total. Diferentemente destes caso, para pico e femto BSs, que abrangem uma área de cobertura consideravelmente menor, os processos banda base são os responsáveis pela maior potência.

Por fim, essas diferenças com relação ao tipo de estação base também se refletem na dependência com a taxa de transmissão do sistema. Como ilustrado na Fig. 1.3, para macrocélulas e microcélulas, o consumo da estação base é dependente da carga (expresso pela porcentagem da potência máxima da cadeia de RF), sendo diretamente proporcional a este parâmetro. Já para picocélulas ou femtocélulas, esse consumo é independente desta carga, sendo invariante a mudanças na potência de saída da cadeia de radiofrequência. Observe também a ordem de grandeza da potência dos diferentes tipos de estação base, em que a potência de uma macrocélula é na ordem de grandeza da potência de 100 femtocélulas.

Todos esses fatores ilustram que os componentes da estação base influenciam consideravelmente o consumo energético de um sistema de comunicação móvel. Além disso, com o intuito de fazer um estudo efetivo da eficiência energética, é preciso considerar também os componentes dos terminais dos usuários atendidos pela BS, englobando seus elementos na modelagem de consumo energético. Conforme [13], os principais responsáveis pela potência destes dispositivos são: conversores analógico digital, filtros, misturadores, osciladores de frequência, amplificadores e antenas. Desta forma, para um efetivo estudo da eficiência energética é de suma importância uma modelagem de consumo energético coerente com os sistemas amplamente utilizados, viabilizando assim encontrar o ponto de máxima EE considerando estas principais variáveis. A modelagem a ser adotada neste trabalho será apresentada no Capítulo 3.

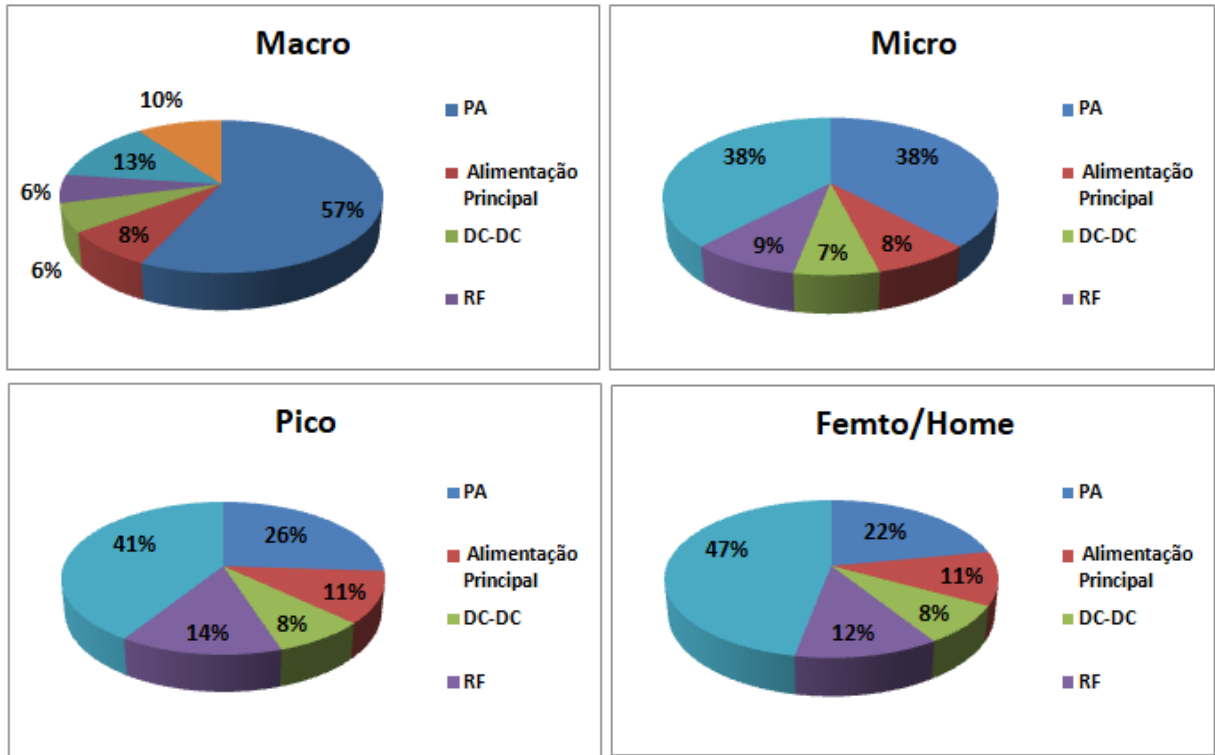


Figura 1.2: Consumo de potência para diferentes tipos de BSs. Adaptado de [1].

1.5 Objetivos e Estrutura do Trabalho

Como visto na seção 1.4, o estudo da eficiência energética e principalmente de um modelo de consumo energético coerente com os sistemas amplamente utilizados na prática é de suma importância no desenvolvimento das próximas gerações de comunicações móveis.

O objetivo deste trabalho é, utilizando duas diferentes técnicas de precodificação/cominação (*zero forcing* (ZF) e *maximum ratio combining/maximum ratio transmission* (MRT/MRC)), obter a configuração de número de antenas na estação base, número de usuários atendidos simultaneamente e potência de transmissão de ambos os enlaces que garante a maximização da eficiência energética, mais especificamente, o objetivo é sugerir que a configuração que garante essa maximização da EE é característica do cenário MIMO massivo, reforçando as sugestões de que o cenário MIMO massivo é eficiente energeticamente.

No capítulo 2 serão apresentadas as definições de capacidade do cenário MIMO massivo. Inicia-se com a modelagem da taxa de transmissão do MIMO ponto-a-ponto, seguindo para o cenário multiusuário e por fim para o MIMO massivo. Será mostrado que as formulações do caso MIMO massivo são apenas uma expansão das derivações encontradas para o MIMO ponto-a-ponto. O objetivo é obter expressões que viabilizem o cálculo da taxa total de transmissão do sistema englobando ambos os enlaces.

Em seguida, no capítulo 3 será apresentada a definição de eficiência energética e a derivação dos seus dois principais elementos: taxa total de transmissão do sistema e potência total de transmissão

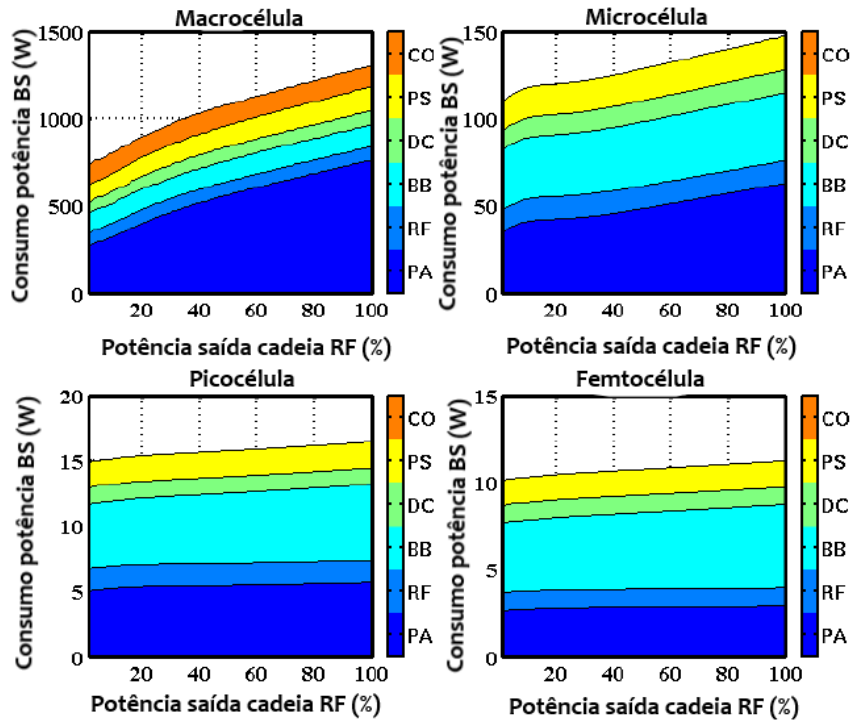


Figura 1.3: Consumo de potência para diferentes tipos de BSs. Adaptado de [1].

englobando ambos os enlaces. Será apresentado o cenário considerado, as derivações de taxa para ambos os enlaces e a modelagem de consumo energético, elaborada com base em várias referências com intuito de ser a mais coerente, englobando os principais elementos de consumo de um sistema real. Ao final do capítulo serão apresentadas as formulações de eficiência energética considerando as derivações de taxa e os elementos da modelagem de consumo e será mostrado que a EE apresenta elementos fixos e outros que escalam com o número de usuários, de antenas na estação base e com a técnica de precodificação/combinção escolhida.

No capítulo 4 será apresentado um algoritmo de otimização da eficiência energética considerando o *zero forcing* como técnica de precodificação/combinção. Será mostrado que particularidades desta técnica viabilizam encontrar expressões analíticas que reduzem em cerca de duas ordens de grandeza a complexidade envolvida na busca do ponto de máximo global. Ao final do capítulo serão apresentados os resultados obtidos com as simulações computacionais para este cenário, englobando a eficiência energética máxima obtida, as taxas de transmissão associadas e a potência total dos enlaces.

Em seguida, no capítulo 5, serão apresentados os resultados de otimização da eficiência energética para a outra técnica de precodificação/combinção considerada: *maximum ratio combining/maximum ratio transmission* (MRT/MRC). Neste caso, diferentemente do ZF, é preciso recorrer as simulações Monte Carlo para obtenção da superfície e do seu ponto de máximo global. Além disso, serão apresentadas as comparações entre o *zero forcing* e o MRT/MRC nos quesitos de máxima EE alcançada, SINR, potência do PA e vazão por unidade de área. Ao final do capítulo serão apresentados resultados computacionais que validam a técnica de alocação de potência

apresentada no capítulo 2.

Por fim, o capítulo 6 é um capítulo de conclusão e comparação dos resultados obtidos, além de sugestões de projetos futuros.

Capítulo 2

Capacidade do MIMO Massivo

Este capítulo aborda a parte analítica da capacidade para o sistema MIMO ponto-a-ponto e seu comportamento diante do cenário massivo, apresentando os aspectos fundamentais da taxa de transmissão. Esses conceitos servirão de base para os próximos capítulos.

2.1 Introdução

Um dos elementos de essencial importância no estudo da eficiência energética é a taxa de transmissão do sistema, mais especificamente, a capacidade da soma das taxas do sistema, ou seja, a taxa total com que a estação base envia as informações a todos os usuários conjuntamente com a taxa total com que os usuários enviam informações à BS. O cenário de interesse neste caso é o do MIMO massivo multiusuário. No entanto, os estudos mostram que o comportamento da capacidade neste cenário tem o mesmo fundamento do caso MIMO ponto-a-ponto, sendo apenas uma expansão deste.

A capacidade de um sistema MIMO é dependente de vários fatores, como o canal de propagação, a quantidade de antenas na estação base e de usuários a serem atendidos e a presença ou ausência de conhecimento do estado do canal (CSI - *channel state information*). Diante disso, este capítulo tem por objetivo apresentar o desenvolvimento analítico da taxa no cenário MIMO ponto-a-ponto, considerando as diversas possibilidades e expandindo para o cenário multiusuário. Serão apresentados alguns casos de maior relevância, a exemplo de conhecimento do canal apenas no receptor ou em ambos (transmissor e receptor), canal com desvanecimento Rayleigh e capacidade para multiusuário em ambas as direções de propagação, dos usuários para a estação base - MAC (*multiple access channel* - canal de múltiplo acesso) e da BS para os usuários - BC (*broadcast*). Por fim, serão apresentados os resultados obtidos com os estudos do cenário MIMO massivo, dando maior destaque aos resultados assintóticos, com número de antenas tendendo a infinito. As derivações relativas à capacidade do MIMO ponto-a-ponto foram baseadas em [2]. As informações apresentadas sobre o MIMO multiusuário são apresentadas em [3] e àquelas relativas ao MIMO massivo foram baseadas em [7] e [9].

2.2 Capacidade do MIMO ponto-a-ponto

Para desenvolvermos a fórmula da capacidade de um sistema MIMO, é essencial primeiramente compreendermos esse conceito para o cenário SISO (single input single output, antena única na entrada e na saída).

2.2.1 Capacidade de um sistema SISO

A capacidade de um sistema SISO é definida como a máxima quantidade de informação que pode ser transmitida por unidade de tempo em um canal de comunicação. Esta, está relacionada com os conceitos de informação e entropia.

- **Informação:** A informação se baseia em duas propriedades,

- Afirmarções acerca de eventos improváveis acrescentam mais informação do que àquelas relativas a eventos prováveis. Dessa forma, pode-se relacionar a informação com o inverso da probabilidade,

$$I(p) = \log_2 \left(\frac{1}{p} \right) = -\log_2(p). \quad (2.1)$$

- A informação é aditiva, de forma que, sejam dois eventos com probabilidade p_1 e p_2 , $I(1, 2) \geq I_1 + I_2$. No caso de eventos independentes, a expressão torna-se uma igualdade, de forma que

$$I(p_{(1,2)}) = -\log_2(p_1 p_2) = -\log_2(p_1) - \log_2(p_2) = I_1 + I_2. \quad (2.2)$$

- **Entropia:** é uma medida da incerteza do conhecimento do valor de uma determinada variável aleatória, sendo definida como o valor médio da informação associada a esta. Usando a definição da valor médio, a entropia é

$$H(X) = - \sum_i p_X(x_i) \log_2(p_X(x_i)). \quad (2.3)$$

Analisando essa equação pode-se perceber dois limites:

- Se não há incerteza, $x = x_0$ para todos os casos e, consequentemente, a entropia é nula;
 - A incerteza é máxima para eventos equiprováveis e, consequentemente, a entropia é máxima.
- **Entropia Condicional:** incerteza sobre uma variável aleatória Y , cujos possíveis valores são expressos por y_i , dado que se tem conhecimento de uma variável aleatória X , cujas possibilidades são dadas por x_i . A entropia condicional pode ser expressa como

$$H(Y|X) = - \sum_{x_i, y_i} p_{(X,Y)}(x_i, y_i) \log_2(p_{(Y|X)}(y_i|x_i)). \quad (2.4)$$

- **Informação mútua:** quantidade de informação que pode ser obtida de X a partir de Y e pode ser expressa matematicamente como

$$I(x_i|y_i) = -\log_2 \left(\frac{p(x_i|y_i)}{p(x_i)} \right), \quad (2.5)$$

em que x_i, y_i representam eventos particulares das variáveis aleatórias X, Y .

Esse conceito é importante para canais de comunicação, dado que tem-se um sinal recebido y e deseja-se saber o quanto de informação pode-se extrair do sinal transmitido x , a partir do sinal y , ou seja, a informação mútua representa o quanto o sinal recebido fornece informações sobre o sinal enviado, reduzindo assim a incerteza média sobre essa variável aleatória.

Analisando essa equação pode-se extrair duas propriedades sobre a informação mútua:

- Se X e Y são variáveis aleatórias independentes, $p(x_i|y_i) = p(x_i)$ e consequentemente a informação mútua é nula, ou seja, Y não traz nenhuma informação sobre X . Este cenário é indesejável na análise de sistemas de comunicação, visto que espera-se que exista uma relação entre o sinal recebido e o sinal enviado;
 - Se o evento $Y = y_i$ garante $X = x_i$ temos que $p(x_i|y_i) = 1$ e consequentemente a informação mútua é igual a informação de x_i .
- **Informação mútua média:** Seguindo a definição de valor médio de maneira semelhante ao que foi feito para a entropia média, pode-se definir a informação mútua média como

$$I(X, Y) = - \sum_{x_i, y_i} p_{(X, Y)}(x_i, y_i) \log_2 \left(\frac{p_{(X|Y)}(x_i|y_i)}{p_X(x_i)} \right). \quad (2.6)$$

Analisando essa equação, pode-se concluir que:

- A informação mútua é comutativa, ou seja, $I(X, Y) = I(Y, X)$. Essa propriedade advém da definição de probabilidade condicional.
- Relacionando a informação mútua com entropia, tem-se que

$$I(X, Y) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X).$$

Com base nestas definições, a capacidade de um sistema SISO é definida como a máxima informação mútua entre o transmissor e o receptor, de forma que,

$$C = \max_{p_X(x)} I(X, Y), \quad (2.7)$$

ou seja, a capacidade representa a máxima redução da incerteza sobre o sinal enviado que o sinal recebido pode fornecer.

2.2.2 Capacidade de um sistema MIMO

Para analisar o caso de um sistema MIMO, considere que o sinal recebido é expresso por

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{z}, \quad (2.8)$$

em que \mathbf{r} é o sinal recebido, \mathbf{s} o sinal transmitido, \mathbf{z} é o ruído na antena de recepção e \mathbf{H} é a matriz de resposta do canal entre a i -ésima antena de recepção e a j -ésima antena de transmissão.

Partindo da capacidade do SISO anteriormente expressa, a capacidade do sistema MIMO é dada por

$$C_{MIMO} = \max_{p_S(s)} I(r|s) = \max_{p_S(s)} (H(r) - H(r|s)) = \max_{p_S(s)} (H(r) - H(z)), \quad (2.9)$$

Neste caso, considera-se que como $\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{z}$ e $\mathbf{H}\mathbf{s}$ é fixo, a variação de \mathbf{r} é dependente apenas de \mathbf{z} . Para desenvolver uma fórmula para a capacidade, é preciso encontrar uma expressão para $H(r)$ e $H(z)$. Note que $H(r)$ e $H(z)$ se referem a entropia das variáveis aleatórias R e Z , respectivamente, e que \mathbf{H} é a matriz de resposta do canal de propagação.

- $H(z)$: Considerando que os elementos de $H(z)$ são IID (independentes e identicamente distribuídos) com distribuição gaussiana, média μ e variância σ^2 , podemos expressar sua PDF (*probability density function* - função de densidade de probabilidade) como

$$p_Z(z) = \frac{1}{(\sqrt{2}^{Nr} |\mathbf{R}_{zz}|^{\frac{1}{2}})} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{z}-\mu)^T \mathbf{R}_{zz}^{-1}(\mathbf{z}-\mu)}, \quad (2.10)$$

em que \mathbf{R}_{zz} é a matriz de covariância e pode ser escrita como $\mathbf{R}_{zz} = \sigma^2 \mathbf{I}_{Nr}$.

Sabendo que $H(z) = -\mathbb{E}(\ln(p_Z(z)))$, pode-se mostrar que $H(z)$ é expresso conforme

$$H(z) = \frac{Nr}{2} \log_2(2\pi e) + \frac{1}{2} \log_2 |\sigma^2 \mathbf{I}_{Nr}|. \quad (2.11)$$

- $H(r)$: O teorema da maximização da entropia afirma que o valor máximo de $H(r)$ é obtido se $\mathbf{r} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_{rr})$, consideração esta semelhante à feita para o caso de $H(z)$, logo, o procedimento utilizado para encontrar $H(r)$ é semelhante ao do caso de $H(z)$. Como isso, pode-se mostrar que $H(r)$ é expresso por

$$H(r) = \frac{Nr}{2} \log_2(2\pi e) + \frac{1}{2} \log_2 |\mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H}^T + \sigma^2 \mathbf{I}_{Nr}|. \quad (2.12)$$

- Para o caso de um canal real, temos que a capacidade é expressa por

$$C_{real} = \max(H(r) - H(z)) = \frac{1}{2} \log_2 \left| \frac{\mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H}^T}{\sigma^2} + \mathbf{I}_{Nr} \right|, \quad (2.13)$$

em que a unidade da capacidade é bits/uso do canal. Para obtermos a capacidade em bps/Hz basta multiplicar a expressão abaixo por 2 vezes a largura de banda do canal. Seja B a largura de banda, temos:

$$C_{real} = B \log_2 \left| \frac{\mathbf{H}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{H}^T}{\sigma^2} + \mathbf{I}_{Nr} \right|, \quad (2.14)$$

- No caso de um canal complexo, duas considerações são necessárias: o canal apresenta duas componentes (parte real e parte imaginária) de forma que sua capacidade é o dobro da obtida para canais reais; e para matrizes complexas a operação transposta é substituída por Hermitiana. Dessa forma, a capacidade em bps/Hz é dada por:

$$C_{complexo} = 2B \log_2 \left| \frac{\mathbf{H} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{H}^H}{\sigma^2} + \mathbf{I}_{N_r} \right|. \quad (2.15)$$

Para avançar no desenvolvimento da capacidade de um sistema MIMO, é preciso introduzir os três tipos possíveis de CSI, que se referem ao conhecimento do estado da matriz de resposta do canal de comunicação (\mathbf{H}), dado que a capacidade varia de acordo com o tipo de CSI considerado. Os três tipos de CSI existentes são:

- CSIR (*receiver channel state information*): apenas o receptor requer conhecimento do canal;
- CSIT (*transmitter channel state information*): apenas o transmissor requer conhecimento do canal, sendo o menos comum;
- CSIR e CSIT: ambos, transmissor e receptor, requerem o conhecimento do canal.

2.2.2.1 Capacidade do canal MIMO com CSIR apenas

Neste caso, apenas o receptor requer o conhecimento do canal de comunicação, o que implica em:

- Cada antena transmite sinais com a mesma potência;
- Não há correlação ou dependência entre as antenas.

O sistema pode ser expresso por $\mathbf{r} = \sqrt{\rho} \mathbf{H}' \mathbf{s} + \mathbf{z}$ em que a matriz \mathbf{H}' foi normalizada sob as condições expressas na Eq. (2.16) e ρ é a SNR do sistema de recepção. A primeira expressão é para canais aleatórios, a segunda para canais determinísticos, a terceira condição indica que o ruído tem variância 1 e a última condição representa a divisão uniforme de potência entre as N_t antenas.

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\|\mathbf{H}\|_F^2\} &= N_t N_r \\ \|\mathbf{H}\|_F^2 &= N_t N_r \\ \mathbb{E}\{|\mathbf{z}_i|^2\} &= \sigma_z^2 = 1 \\ \mathbb{E}\{|\mathbf{s}_i|^2\} &= \sigma_s^2 = \frac{1}{N_t} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Aplicando esse resultado na equação da capacidade encontrada anteriormente para um canal complexo, tem-se que

$$C = \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_r} + \frac{\rho}{N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right|, \quad (2.17)$$

em que, para efeitos de simplificação, usa-se a notação \mathbf{H} para representar a matriz de canal normalizada.

Fazendo a decomposição em autovalores, podemos expressar $\mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^H$, em que \mathbf{U} é uma matriz unitária e \mathbf{D} é uma matriz diagonal cujos elementos são os autovalores de $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$. Substituindo essa expressão na fórmula da capacidade e fazendo algumas manipulações matemáticas, pode-se concluir que a capacidade é expressa por

$$C = \sum_{i=1}^p \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{N_t} \lambda_i \right), \quad (2.18)$$

em que p é o posto do canal e representa a máxima quantidade de canais independentes entre transmissor e receptor.

Sabendo que no caso de um canal SISO, a capacidade é dada por

$$C = \log_2(1 + \rho), \quad (2.19)$$

podemos concluir que a capacidade do MIMO, sob condições de CSIR apenas pode ser interpretada como a soma de p canais SISO, cada um com um ganho de canal representado por λ_i e sendo a potência total transmitida uniformemente distribuída entre as N_t antenas. Com isso, é possível verificar que em um canal MIMO, pode-se transmitir até p fluxos de dados por caminhos independentes, evidenciando a importância de um canal rico em espalhamento.

Para analisar a relação entre a capacidade e a distribuição dos p autovalores, simulou-se um cenário com 1000 grupos de 4 autovalores com soma fixa e igual a 1, obtendo-se o resultado mostrado na Fig. 2.1. Com esta simulação, a capacidade máxima obtida foi de 2,8 bps/Hz e, para este valor, os autovalores obtidos foram aproximadamente iguais. Logo, pode-se concluir que a capacidade é máxima quando os autovalores apresentam uma distribuição uniforme.

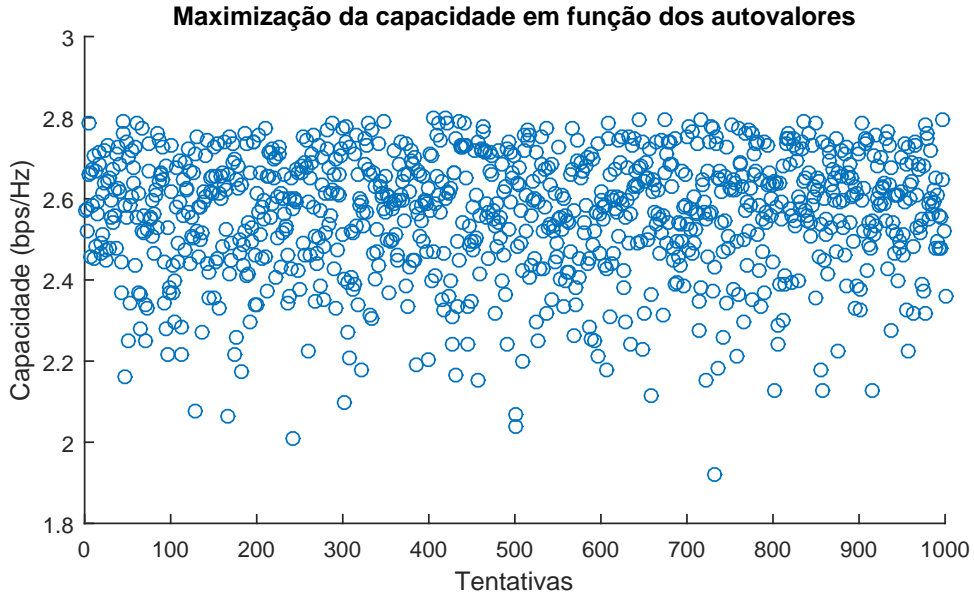


Figura 2.1: Simulação da capacidade em função da distribuição dos autovalores

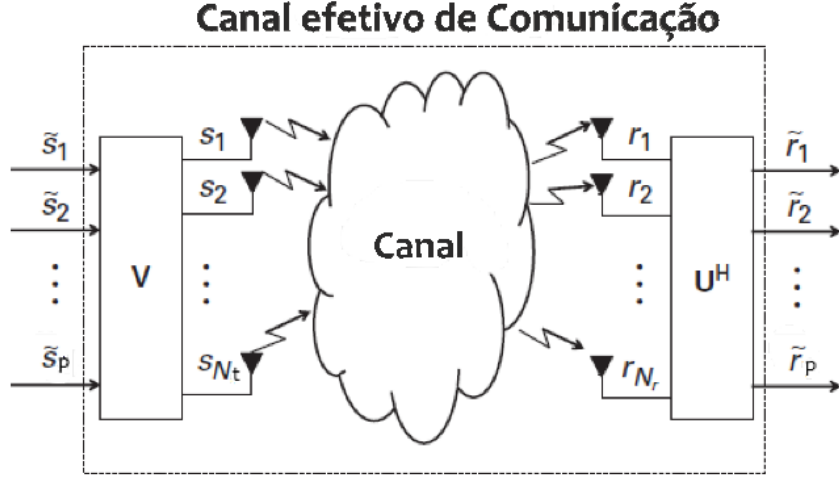


Figura 2.2: *Eigenbeamforming* em um sistema MIMO - Adaptado do capítulo 3 de [2].

Considerando um sistema MIMO $N \times N$, em que $N = N_t = N_r$, com posto completo ($p = N$), com os autovalores iguais entre si, e sabendo que $\left(\sum_{i=1}^p \lambda_i = \|\mathbf{H}\|_F^2\right)$ e que no caso do sistema MIMO temos ($\|\mathbf{H}\|_F^2 = N^2$), podemos concluir que neste caso a capacidade é dada por

$$C = N \log_2(1 + \rho), \quad (2.20)$$

sendo esta a máxima capacidade que é possível obter em condições de CSRI apenas.

2.2.2.2 Capacidade do canal MIMO com CSIR e CSIT - *Eigenbeamforming*

Neste caso, ambos, receptor e transmissor requerem o conhecimento do canal de comunicação, de forma que não serão mais válidas as considerações feitas na seção 2.2.2.1.

Fazendo a decomposição em valores singulares, podemos expressar $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H$ em que as matrizes \mathbf{U} e \mathbf{V} são unitárias e \mathbf{D} é uma matriz diagonal formada pelos valores singulares de \mathbf{H} . Neste caso, existem dois processos: a precodificação e a premultiplicação (também conhecida como combinação). A Fig. 2.2 ilustra ambos os processos no caso de um sistema MIMO.

- **Precodificação:** mapeamento dos $p < N_t$ sinais a serem transmitidos ($\tilde{\mathbf{s}}$) nas N_t antenas de transmissão. A precodificação é realizada no transmissor e o sinal enviado é expresso por $\mathbf{s} = \mathbf{V}\tilde{\mathbf{s}}$.
- **Premultiplicação:** multiplicação do sinal recebido pela hermitiana da matriz \mathbf{U} de modo que $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{U}^H \mathbf{r}$. Consiste em separar os N_r sinais recebidos nos p símbolos correspondentes aos enviados.

Esse procedimento de precodificação no transmissor e premultiplicação no receptor é chamado

eigenbeamforming e pode ser expresso por

$$\begin{aligned}\mathbf{r} &= \sqrt{\rho}\mathbf{D}\tilde{\mathbf{s}} + \mathbf{U}^H\mathbf{z} \\ \tilde{r}_i &= \sqrt{\rho\lambda_i}\tilde{s}_i + \tilde{z}_i.\end{aligned}\tag{2.21}$$

Como \mathbf{D} é uma matriz diagonal, podemos decompor o sistema MIMO em p canais SISO, cada um consistindo numa versão escalada do sinal transmitido somado ao ruído.

Assumindo que a relação sinal ruído de cada auto-canal seja dada por $\rho_i = \rho\mathbb{E}\{|\tilde{s}_i|^2\}\lambda_i$, a capacidade para o caso *eigenbeamforming* é dada por

$$C = \sum_{i=1}^p \log_2(1 + \rho\mathbb{E}\{|\tilde{s}_i|^2\}\lambda_i).\tag{2.22}$$

Pode-se observar que neste caso, como a potência não é mais uniformemente distribuída entre as antenas, a capacidade depende da potência do sinal transmitido em cada antena, de modo que se torna necessário calcular a distribuição ótima das potências entre as antenas de transmissão de modo a maximizar a capacidade. Uma das técnicas que pode ser usada para encontrar esta distribuição ótima das potências é o algoritmo *waterfilling*.

2.2.2.3 Comparação de desempenho da Capacidade

Para fazer a análise da performance dos sistemas sob essas diferentes configurações, simulou-se a capacidade para os três casos apresentados: SISO, CSIR apenas (distribuição uniforme de potência) e *eigenbeamforming* (aplicando o algoritmo *waterfilling*). O objetivo é observar o diferente comportamento da capacidade para os cenários em que o número de antenas de transmissão é maior que o de recepção e vice versa. Utilizou-se a matriz de canal sugerida na seção 3.7 de [2]. As equações de capacidade utilizadas foram as demonstradas nas seções anteriores.

- $N_r \geq N_t$: Neste caso, se o sistema apresentar posto completo, ele tem capacidade para transmitir até N_t fluxos de dados por caminhos independentes. A Fig. 2.3 ilustra a capacidade (bits/uso do canal) em função da variação da SNR para um sistema MIMO 3×4 .

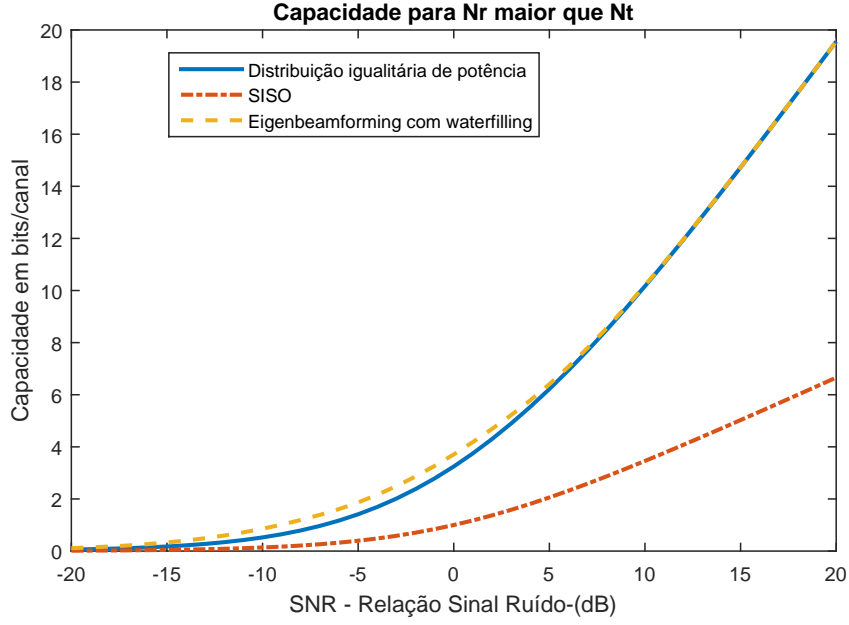


Figura 2.3: Capacidade para o caso de $N_r \geq N_t$ com as três configurações.

A partir desse gráfico é possível observar que a medida que a SNR aumenta, as curvas de CSIR e do *eigenbeamforming* se sobrepõem, resultado este que pode ser encontrado utilizando o algoritmo *waterfilling* e fazendo o limite de $\rho \rightarrow \infty$. Para este cenário, com o *eigenbeamforming*, temos um caso de distribuição uniforme de potência, assemelhando-se ao caso de CSIR apenas;

- $N_t > N_r$: Neste caso, se o sistema apresentar posto completo, $p = N_r$. Como há mais antenas de transmissão do que símbolos a serem transmitidos, há um desperdício de antenas, visto que parte destas ficam inutilizadas. A Fig. 2.4 ilustra o comportamento da capacidade (bits/uso do canal) em função da variação da SNR para um sistema MIMO 4×3 .

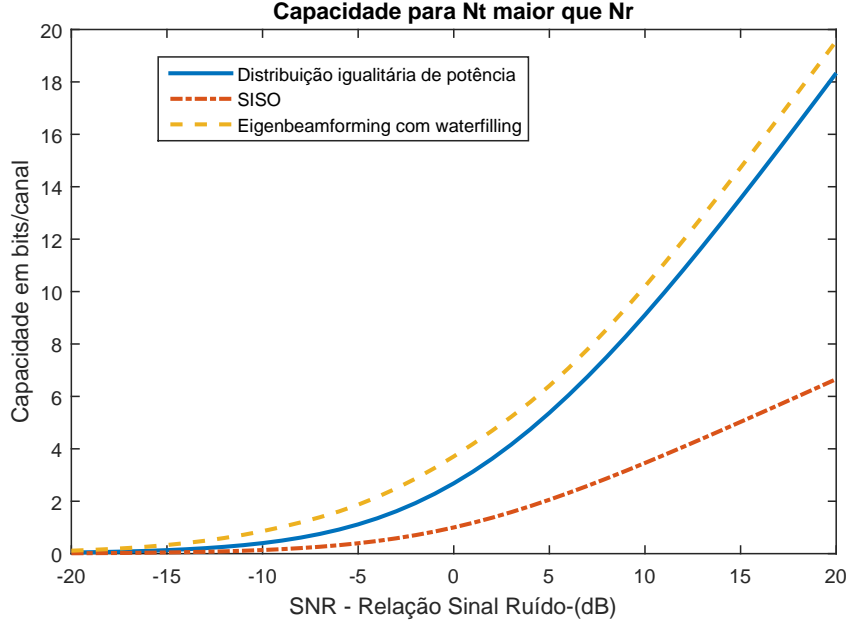


Figura 2.4: Capacidade para o caso de $N_t \geq N_r$ com as três configurações.

Como pode-se observar, para o caso de CSIR apenas (alocação uniforme de potência), existe desperdício de potência visto que aloca-se mais potência do que o canal suporta e consequentemente, há uma degradação da capacidade para o CSIR com altos valores de SNR quando comparado ao *eigenbeamforming*. Por este motivo, na presença de CSI no transmissor e no receptor, o sistema MIMO se baseia em configurações que utilizam um número de antenas de transmissão maior que o de recepção.

2.2.2.4 Capacidade para canais aleatórios

Visto que na prática a matriz de canal \mathbf{H} não é fixa, mas sim aleatória, é importante estudar o comportamento da capacidade considerando as mudanças de \mathbf{H} , que ocorrem por variações temporais e pelo ambiente de propagação espacialmente variável.

É possível mostrar que, para o caso NLOS (*non line of sight* - sem linha de visada), os elementos da matriz \mathbf{H} tem comportamento Rayleigh, ou seja, possuem parte real e imaginária gaussianas com média nula e variância $\sigma^2 = \frac{1}{2}$. Essa matriz, assumindo canal espacialmente branco (elementos independentes e igualmente distribuídos), é denominada \mathbf{H}_w .

No caso de um grande número de antenas de transmissão e de recepção, ou seja, $N \rightarrow \infty$, utilizando o teorema expresso em [2], em que afirma-se que $\lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{H}_w \mathbf{H}_w^H = N \mathbf{I}_N$, tem-se uma situação semelhante ao da capacidade com CSIR apenas, em que a matriz se aproxima de um comportamento determinístico e a capacidade pode ser expressa pela Eq. (2.20).

Para melhor analisar o comportamento da capacidade considerando canal aleatório, pode-se usar uma propriedade probabilística, expressa a seguir:

Capacidade ergódica: Expressa o valor médio da capacidade diante de várias realizações

do canal. Para observar o comportamento da capacidade ergódica, simulou-se um cenário MIMO $N \times N$, em que $N = N_t = N_r$, com N variando de 1 a 10. Para cada valor de N , foram feitas 1000 realizações de canal considerando distribuição Rayleigh, e calculou-se a capacidade para cada realização. Ao final, obteve-se o valor médio da capacidade. A simulação foi feita considerando quatro valores de SNR (0, 10, 20 e 30 dB). Os resultados obtidos estão ilustrados na Fig. 2.5.

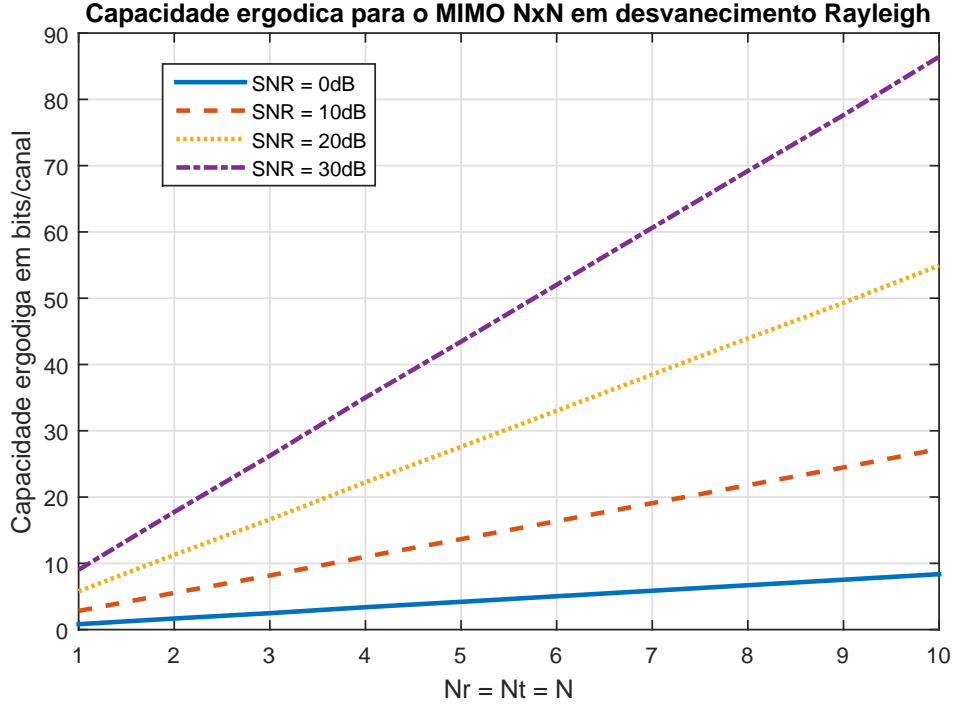


Figura 2.5: Capacidade ergódica para o caso MIMO $N \times N$

Observa-se que os gráficos ilustram comportamentos muito semelhantes aos estudados considerando matriz \mathbf{H} fixa. Para o MIMO, a capacidade varia linearmente com o número de antenas.

2.3 Capacidade de um sistema MIMO Multiusuário

Para o canal MIMO multiusuário temos dois modelos de canal: MAC (enlace direto) e BC (enlace reverso), conforme ilustra a Fig. 2.6. O enlace direto é o canal em que múltiplos usuários tipicamente com única antena transmitem dados para uma estação base com múltiplas antenas de recepção. O enlace reverso é o caminho contrário, em que a estação base envia dados para os múltiplos usuários. No caso de arquiteturas celulares, o MAC modela o canal entre os dispositivos e a estação base e o BC, entre a estação base e os dispositivos.

Para canais multiusuários, tratar de uma única capacidade perde o sentido, e passa-se a abordar o conceito de região de capacidades que podem ser atingidas simultaneamente para atender a todos os usuários. Um fato interessante do MIMO multiusuário é que ganhos semelhantes aos do caso de único usuário podem ser atingidos com múltiplas antenas na estação base e muitos usuários com

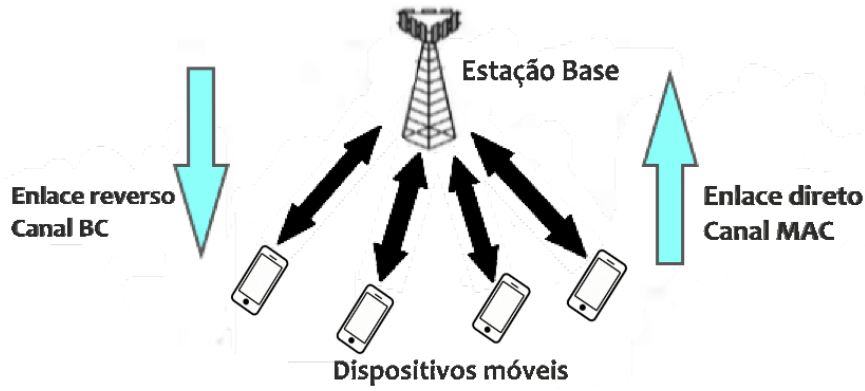


Figura 2.6: Sistema MIMO multiusuário - Canais MAC e *broadcast*.

única antena, viabilizando o crescimento linear da capacidade com o número de antenas e usuários, e compensando o fato dos dispositivos celulares possuírem tipicamente uma única antena.

2.3.1 Modelagem do MIMO Multiusuário

A modelagem do sistema é semelhante ao caso do único usuário, diferindo no fato de tratarmos da soma dos diversos sinais para cada usuário. A Fig. 2.7 ilustra essa ideia, apresentando o modelo do canal *broadcast* na esquerda, e do canal MAC, na direita. \mathbf{x} representa o sinal enviado, \mathbf{y} o sinal recebido e \mathbf{H} a matriz de canal, assumindo que o mesmo canal é utilizado em ambos, enlace direto e enlace reverso.

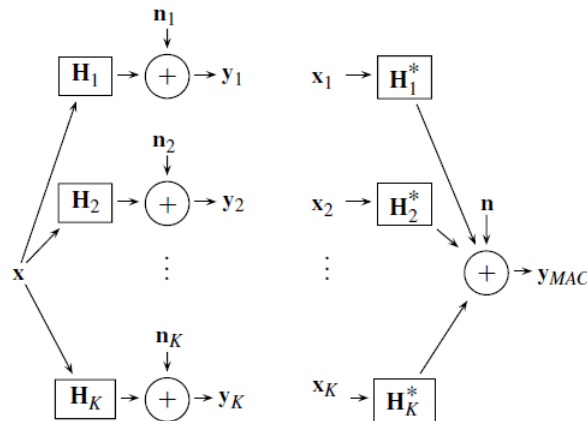


Figura 2.7: Modelagem do sistema para os canais MAC e *broadcast*. Fonte: Capítulo 2 de [3].

No canal MAC, pode-se expressar o sinal recebido como $\mathbf{y}_{MAC} = \sum_{k=0}^K \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n}$. Neste caso, cada usuário é sujeito a uma restrição de potência individual. No canal *broadcast*, pode-se expressar o sinal recebido por cada usuário como $\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x} + \mathbf{n}_k$. Neste caso, a estação base é sujeita a uma restrição de potência média. Em ambos os casos, existe uma taxa associada a cada usuário, de modo que a região de capacidade é k -dimensional.

2.3.2 Capacidade para o canal MAC

Com relação as regiões de capacidade do canal MAC, cada usuário possui uma matriz de covariância gaussiana com média nula denominada Q_i . Cada conjunto de matrizes de covariância correspondem que a um poliedro k -dimensional de taxas atingíveis (k representa o número de usuários). A região de capacidade é a união de todas as matrizes de covariância que atendem a uma restrição conjunta de potência ($P = P_1, P_2 \dots P_k$). Neste cenário, a capacidade é dada por:

$$\mathcal{C}_{MAC}(P; H^*) = \bigcup_{Q_i \geq 0, \text{tr}(Q_i) \leq P_i \forall i} (R_1 \dots R_k) : \sum_{i \in S} R_i \leq \log \left| \mathbf{I}_{MT} + \sum_{i \in S} \mathbf{H}_i^* \mathbf{Q}_i \mathbf{H}_i \right| \forall S \subseteq 1 \dots K \quad (2.23)$$

em que S representa os usuários de 1 a K , e a expressão dentro da união representa todos os conjuntos de matrizes de covariância, que correspondem a poliedros k -dimensionais de taxas atingíveis para os usuários e que atendem a restrição de potência individual.

Fazendo uma analogia com o estudo do MIMO ponto-a-ponto, a expressão $\sum_{i \in S} \mathbf{H}_i^* \mathbf{Q}_i \mathbf{H}_i$ corresponde a $\rho \mathbb{E}\{|\tilde{s}_i^2|\} \lambda_i$ na expressão da capacidade do *eigenbeamforming* e ambos representam a SNR do canal de comunicação, entre a estação base e os usuários no primeiro caso, e entre as antenas de transmissão e as antenas de recepção no segundo caso.

Para atingir os pontos de borda, que correspondem a taxas atingíveis por apenas um dos usuários, pode-se usar a técnica de decodificação sucessiva, em que o sinal de cada usuário é decodificado sucessivamente e subtraído do sinal recebido. O processo de decodificação sucessiva é vantajoso por reduzir uma complexa detecção multiusuário em uma série de detecções com único usuário. Vale ressaltar que no processo multiusuário, as taxas não são obtidas com o intuito de otimizar o desempenho por usuário, mas para maximizar o desempenho do sistema atendendo simultaneamente a todos os usuários.

Na presença de CSI no transmissor e no receptor, o sistema pode ser visto como um conjunto de canais MACs paralelos que não interferem entre si compartilhando uma restrição conjunta de potência. Neste caso, a capacidade ergódica se torna uma média das regiões de capacidade destes percursos paralelos. Para os casos de CSIR e CDIT (*transmitter channel distribution information*, informação da distribuição do canal no transmissor), estudos mostram que a falta de cooperação entre os usuários não reduz a capacidade de canais na presença de desvanecimento.

2.3.3 Capacidade para o canal Broadcast

Com relação ao canal BC, não existem derivações analíticas para calcular as regiões de capacidade. Neste caso, é preciso utilizar a propriedade da dualidade entre os canais MAC e BC para viabilizar a obtenção dessas superfícies. Essa propriedade afirma que a região de capacidade no canal BC com uma determinada restrição de potência é igual a união, sobre todas as restrições individuais de potência, das regiões de capacidade do canal MAC dual. Neste caso, a capacidade pode ser expressa por

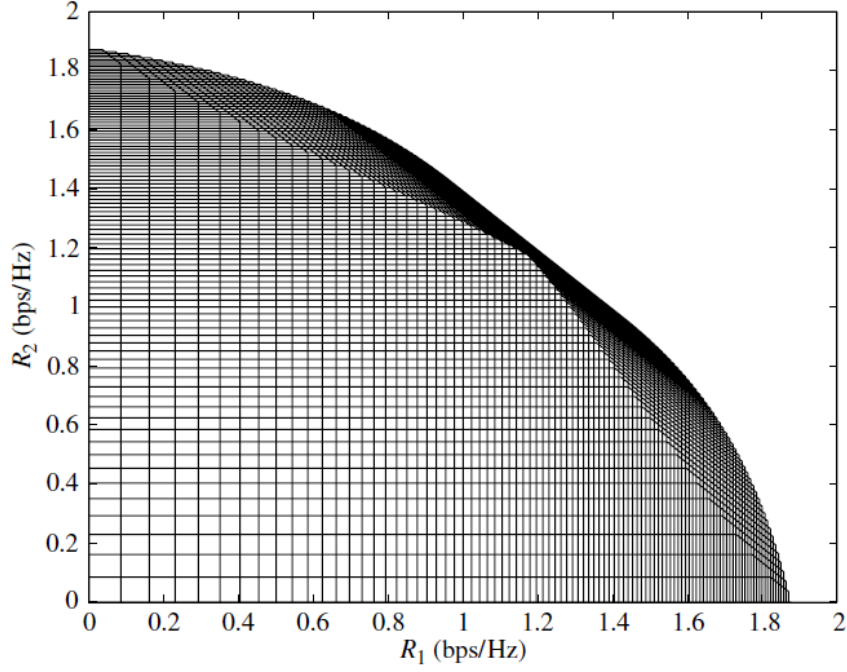


Figura 2.8: Região de capacidade do canal BC obtido pela dualidade MAC-BC. Fonte: Capítulo 2 de [3].

$$\mathcal{C}_{DPC}(P, H) = \bigcup_{P: \sum_{i=1}^K P_i = P} \mathcal{C}_{MAC}(P_1 \dots P_k, \mathbf{H}^*), \quad (2.24)$$

em que $\mathcal{C}_{DPC}(P, H)$ representa a capacidade do canal BC com restrição de potência igual a P e $\mathcal{C}_{MAC}(P_1 \dots P_k, \mathbf{H}^*)$ representa as capacidades dos canais MAC que atendem a restrições de potência individuais que somam P .

Dessa forma, a capacidade do canal BC é expresso por:

$$\mathcal{C}_{BC}(P, H) = \mathcal{C}_{MAC}(P, \mathbf{H}^*)$$

$$\mathcal{C}_{BC}(P, H) = \bigcup_{Q_i \geq 0, \sum_{i=1}^K \text{tr}(Q_i) \leq P} (R_1 \dots R_k) : \sum_{i \in S} R_i \leq \log \left| \mathbf{I}_{MT} + \sum_{i \in S} \mathbf{H}_i^* \mathbf{Q}_i \mathbf{H}_i \right| \forall S \subseteq 1 \dots K \quad (2.25)$$

Para ilustrar esta propriedade, a Fig. 2.8 mostra a região de taxas do MIMO BC para um canal com 2 usuários, em que a região é obtida pela união de regiões MAC que atendem a um conjunto de restrições individuais de potência. A região, como pode ser observado, é em sua maioria curva, com exceção da área de máxima taxa total.

Nos canais sob efeito de desvanecimento, a região de capacidade é fortemente influenciada pela disponibilidade de CSI no transmissor e no receptor. Com CSIR e CSIT, de maneira semelhante ao canal MAC, o MIMO BC pode ser separado em canais paralelos com uma restrição conjunta de

potência. Para o caso de CSIR ou CDIT, os resultados ainda são desconhecidos. Existem ainda métodos sub-ótimos, a exemplo do TDMA (o transmissor envia os sinais a um usuário de cada vez e o MIMO BC é reduzido a um canal MIMO ponto a ponto) e do *beamforming multiusuário* (o transmissor escolhe uma direção de propagação diferente para cada receptor, viabilizando que a interferência entre os usuários seja tratada como ruído).

2.3.4 Técnicas de Precodificação e Combinação

Assim como no caso do MIMO ponto-a-ponto, técnicas de precodificação e combinação são necessárias no MIMO multiusuário. De acordo com [14] e [15], a precodificação linear é realizada no transmissor e consiste em mapear os K símbolos destinados aos usuários nas M antenas de transmissão pela multiplicação do vetor K -dimensional por uma matriz $M \times K$ com o objetivo de remover a distorção introduzida pelo canal e minimizar o efeito do ruído, além de reduzir a interferência entre os usuários. A combinação, também chamada premultiplicação, consiste em uma soma ponderada dos sinais recebidos para viabilizar a estimação do símbolo enviado. Em todos os casos, considera-se o uso de TDD com reciprocidade do canal para viabilizar a aquisição de CSI tanto no transmissor quanto no receptor. As técnicas que serão abordadas neste trabalho são: *zero forcing* (ZF), *maximum ratio combining* (MRC) e *maximum ratio transmission* (MRT).

- ***Zero Forcing***

O *zero forcing* é uma técnica de precodificação com intuito de eliminar completamente a interferência entre os usuários. Neste caso, conforme [4] e [14], a matriz de precodificação seleciona os vetores do *beamforming* que são ortogonais aos canais dos usuários não desejáveis pela projeção dos elementos do vetor do canal do usuário desejado no complemento ortogonal do subespaço formado pelos usuários indesejados. Este processo é viável pois, conforme [9], a medida que M (número de antenas na estação base) aumenta, a matriz de canal tende a apresentar colunas praticamente ortogonais já que os terminais são não correlatados devido a separação física das antenas. A matriz de precodificação é então proporcional a pseudoinversa da matriz de estimação do canal, ou seja,

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}. \quad (2.26)$$

Embora esta técnica apresente um custo computacional adicional pelo cálculo da pseudoinversa, estudos apresentados em [9] mostram que a medida que M aumenta, $(\mathbf{H}^H \times \mathbf{H})/M$ tende a matriz identidade, reduzindo assim a complexidade computacional envolvida, de modo que este custo adicional não influencia significativamente a potência final. Uma desvantagem do ZF é o fato de o processamento não poder ser realizado separadamente em cada antena, necessitando que todos os dados sejam coletados num nó central que realize este processamento. Outra restrição é que o número de antenas na estação base seja maior que o de usuários a serem atendidos.

- ***Maximum Ratio Combining e Maximum Ratio Transmission***

O MRT e MRC são técnicas empregadas com o intuito de maximizar a SNR. O MRT, conforme [4] e [16], é realizado no transmissor e consiste na multiplicação do sinal a ser enviado aos usuários por uma matriz de precodificação, em que cada elemento tem módulo igual ao ganho relativo do coeficiente do canal correspondente e fase selecionada de modo que os sinais se adicionem construtivamente. O MRC, analogamente, é realizado na recepção, em que os sinais recebidos são multiplicados por uma matriz de combinação e somados para

produzir o sinal estimado. Esta matriz também é escolhida de modo a maximizar a SNR. Em ambos os casos, temos

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}^H, \quad (2.27)$$

ou seja, a matriz de precodificação/cominação é equivalente a hermitiana da matriz de estimação do canal.

Com relação às desvantagens citadas para o ZF, o MRT/MRC se mostra mais vantajoso, visto que, conforme [7], apresenta uma complexidade computacional reduzida, permite que o processamento seja realizado individualmente em cada antena de maneira independente e viabiliza a operação no cenário em que o número de usuários é maior que o de antenas na BS. Os capítulos seguintes mostram, no entanto, que os valores de eficiência energética que podem ser atingidos com o uso desta técnica são significativamente inferiores àqueles obtidos com o uso do ZF.

2.4 Capacidade de um sistema MIMO Massivo

Conforme abordado no capítulo 1, o sistema MIMO massivo é basicamente uma expansão do MIMO multiusuário, com centenas de antenas na estação base e dezenas de usuários a serem atendidos simultaneamente. Além disso, como o enfoque é na taxa de transmissão total do sistema, ou seja, na taxa com que a estação base envia as informações a todos os usuários e na taxa com que os usuários enviam as informações a BS, é de igual interesse o estudo da modelagem do MIMO massivo em ambos os canais, MAC e BC, que em muito se assemelha ao apresentado na seção anterior.

2.4.1 Modelagem do MIMO Massivo

A modelagem do MIMO massivo é feita de maneira equivalente ao apresentado na seção anterior e conforme ilustra a Fig. 2.9. Neste caso, para o canal BC ilustrado a esquerda, \mathbf{x} representa o sinal enviado pela estação base, \mathbf{H}_i , a resposta do canal para cada um dos usuários, \mathbf{y}_i o sinal recebido por cada usuário e \mathbf{n}_i o ruído em cada sistema de recepção, de modo que o sinal recebido por usuário pode ser modelado por $\mathbf{y}_i = \mathbf{x}\mathbf{H}_i + \mathbf{n}_i$. De maneira análoga, no canal MAC ilustrado a direita, \mathbf{x}_i é o sinal enviado por cada usuário, \mathbf{H}_i^* é a resposta do canal entre o usuário e a BS, \mathbf{n} é o ruído do sistema de recepção e \mathbf{y}_{MAC} é o sinal recebido na estação base, que pode ser modelado

$$\text{por } \mathbf{y}_{MAC} = \sum_{i=1}^K \mathbf{x}_i \mathbf{H}_i + \mathbf{n}.$$

De maneira semelhante ao apresentado anteriormente, as regiões de capacidade para esse ce-

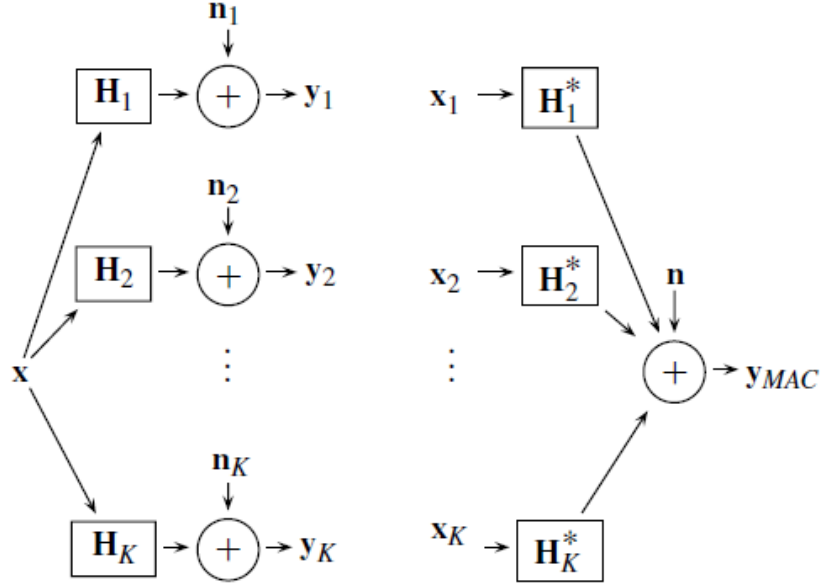


Figura 2.9: Modelagem do MIMO massivo com canais MAC e BC. Adaptado de [3].

nário massivo são dadas por:

$$\mathcal{C}_{MAC}(P; H^*) = \bigcup_{Q_i \geq 0, tr(Q_i) \leq P_i \forall i} (R_1 \dots R_k) : \sum_{i \in S} R_i \leq \log \left| \mathbf{I}_{MT} + \sum_{i \in S} \mathbf{H}_i^* \mathbf{Q}_i \mathbf{H}_i \right| \forall S \subseteq 1 \dots K$$

$$\mathcal{C}_{BC}(P, H) = \bigcup_{Q_i \geq 0, \sum_{i=1}^k tr(Q_i) \leq P} (R_1 \dots R_k) : \sum_{i \in S} R_i \leq \log \left| \mathbf{I}_{MT} + \sum_{i \in S} \mathbf{H}_i^* \mathbf{Q}_i \mathbf{H}_i \right| \forall S \subseteq 1 \dots K \quad (2.28)$$

diferindo apenas na dimensão das matrizes e na quantidade de usuários a serem atendidos simultaneamente.

2.4.2 Estudos sobre o desempenho da capacidade do MIMO Massivo

Estudos apresentados em [7] e [9] mostram que o uso do MIMO Massivo pode aumentar em até 10 vezes ou mais a capacidade do sistema se comparado ao MIMO ponto-a-ponto. Isso é possível devido ao uso agressivo das técnicas de multiplexação espacial e diversidade espacial.

Para exemplificar os ganhos possíveis de serem atingidos, [7] mostra que, em um cenário com um arranjo de 6400 antenas omnidirecionais transmitindo 20 mW por cadeia de RF de cada antena, totalizando 120 W de potência, com banda de 20 MHz, servindo a 1000 terminais fixos e distribuídos numa região circular (centrada na BS e com raio de 6 km), cada terminal com uma antena de ganho 8 dB, a antena da BS com 30 m de altura e a dos terminais, 5 m, com perdas no meio de 127 dB/km com um expoente de decaimento de 3,52, margem de desvanecimento de 8 dB e a figura de ruído no receptor de 9 dB, 25% do tempo de quadro usado para estimação do canal em TDD e o tempo de coerência de 164 ms, utilizando MRT no enlace reverso e excluindo 5% dos terminais (aqueles com os piores canais), 95% dos terminais podem ser atendidos com uma taxa de 21,2

Mbps/terminal com uma taxa total enviada pela estação de 20 Gbps resultando em uma eficiência espectral de 1000 bps/Hz. Com isso, seria possível atender a 1000 casas com 20 Mbps em banda larga. O sistema consegue prover serviço igualitário e simultâneo para 950 terminais.

Resultados semelhantes foram obtidos em [17]. Neste estudo, considerando o número de antenas da estação base tendendo a infinito, sob condições reais do canal de propagação, com largura de banda de 20 MHz, um sistema celular usando TDD consegue atender a mais de 40 usuários com única antena cada um com uma taxa média de 17 Mbps tanto no enlace direto quanto no enlace reverso e uma taxa de 3,6 Mbps com 95% de probabilidade sem requerir a cooperação entre as antenas na BS.

Pode-se destacar ainda uma outra característica do sistema MIMO Massivo. Conforme mencionado no capítulo 1, estudos mostram que as matrizes de canal apresentam comportamento mais próximo do determinístico quando se aumenta significativamente o número de antenas, o que se reflete em maiores ganhos associados aos canais entre usuários e estação base. Desse modo, os autovalores da matriz apresentam menor variância. Além disso, operações com matrizes de grandes dimensões podem ser feitas utilizando métodos computacionais mais simples.

Para observar esse comportamento, foi realizado uma simulação da CDF (cumulative density function - função de densidade cumulativa) dos autovalores ordenados para duas configurações MIMO, 6×6 e 6×128 (MIMO massivo). Em ambos os casos, por questão de maior clareza na visualização da imagem, mostram-se apenas as curvas dos mínimos e máximos autovalores. A Fig. 2.10 ilustra os resultados obtidos. Desta simulação é possível tirar duas conclusões.

A primeira está relacionada com a separação existente entre o menor e o maior autovalores. Para a configuração 6×6 , essa separação é de cerca de 26 dB, valor este muito superior ao obtido com a configuração 6×128 , em que esta separação é de 7 dB. Esse resultado mostra que, na configuração MIMO massivo, conforme Eq. (2.22), a potência média do sistema apresenta menores valores, visto que as potências de cada um dos usuários são mais uniformes. A segunda conclusão está relacionada com o fato dos autovalores da matriz de canal apresentarem menor variância no cenário MIMO massivo, mostrando um comportamento semelhante ao determinístico. Esta característica, conforme seção 2.2.2.1, faz com que o sistema apresente maiores valores de capacidade, visto que os autovalores estão mais próximo de uma distribuição uniforme.

2.5 Conclusões Parciais

Neste capítulo, o enfoque foi apresentar as noções básicas de capacidade para o sistema MIMO massivo multiusuário partindo das derivações do MIMO ponto-a-ponto. Foram apresentadas as noções de taxa total de transmissão da estação base aos usuários e dos usuários para a BS, em que foi possível observar que estas taxas são relacionadas com a largura de banda de transmissão e com a relação sinal ruído e interferência do sinal recebido. Além disso, foram expostos os procedimentos a serem realizados para a obtenção destas taxas, assim como as fórmulas de capacidade e os comportamentos das diferentes configurações destes sistemas.

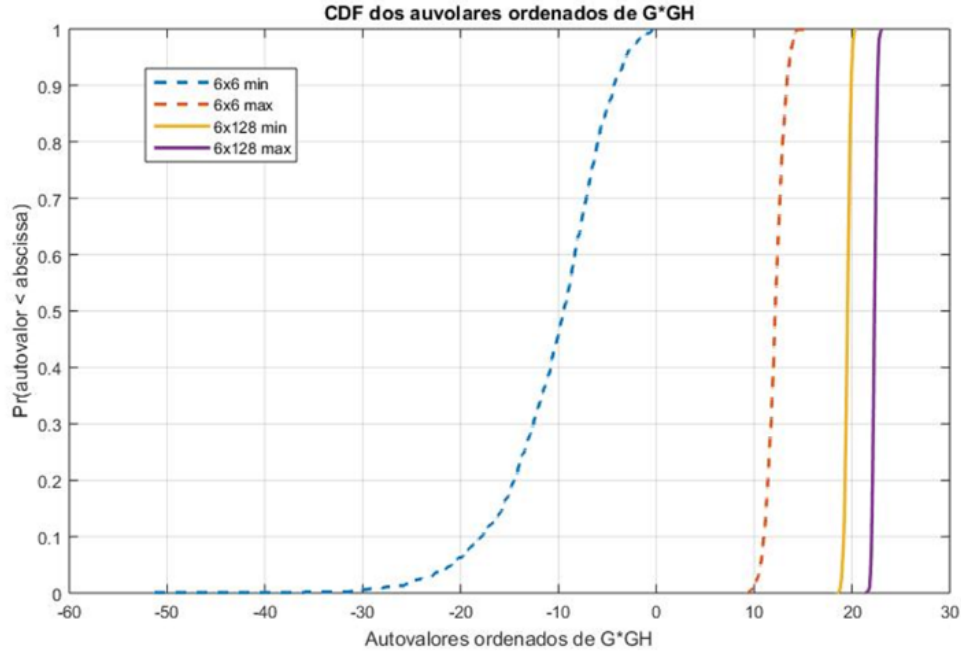


Figura 2.10: CDF dos autovalores ordenados de $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$

Mostrou-se também que a capacidade do cenário MIMO massivo multiusuário é apenas uma expansão daquela encontrada para o sistema MIMO ponto-a-ponto, em que neste caso considera-se regiões de capacidade atingíveis atendendo a todos os usuários simultaneamente. Por fim, foram apresentadas as vantagens do MIMO massivo perante a abordagem MIMO ponto-a-ponto, justificando os principais motivos que tornam este cenário atrativo, em que destacam-se o potencial aumento da capacidade em até 10 vezes se comparado com os sistemas atuais e o comportamento determinístico das matrizes da canal neste cenário, que possibilitam estes ganhos tão significativos na capacidade do sistema.

Capítulo 3

Eficiência Energética

Este capítulo aborda o conceito de eficiência energética e a modelagem do sistema, da taxa e do consumo energético para os cenários em estudo. Os conceitos e modelagens aqui abordados servirão de base para as simulações realizadas nos capítulos 4 e 5.

3.1 Introdução

O objetivo do presente trabalho é estudar a superfície de eficiência energética no sistema MIMO com o intuito de encontrar a configuração (número de antenas na estação base, número de usuários atendidos simultaneamente e potência de transmissão dos enlaces) que garante a maximização da EE. Para isto, é preciso compreender o conceito de eficiência energética. A EE é definida como a razão entre a taxa total de transmissão e a potência total, englobando os enlaces direto e reverso. Diante disto, é preciso estabelecer uma modelagem da taxa e do consumo energético do sistema.

Com base nos conceitos introduzidos no capítulo 2, apresentaremos as formulações matemáticas específicas para a capacidade da soma das taxas nos cenários em estudo. O objetivo é garantir uma taxa uniforme para todos os usuários. Para isto, será utilizada uma técnica de alocação de potência que garanta esta condição. As derivações expostas referentes a taxa foram baseadas em [6, 11, 18].

Com relação ao modelo de consumo energético, destaca-se que para obter um estudo confiável da eficiência energética é necessário uma modelagem que englobe todos os elementos que influenciam o consumo energético do sistema, considerando ambos os enlaces. O modelo aqui apresentado foi construído com base em diversos trabalhos neste escopo, com o intuito de ser o mais coerente possível com os sistemas reais. Para isso, consideram-se consumos fixos, aqueles que escalam com o número de antenas na estação base, com o número de usuários a serem atendidos, com ambos e com a taxa total de transmissão. Os principais elementos considerados foram: custos de arquitetura, potência dos circuitos de recepção e transmissão (incluindo o *backhaul*), dos processos de codificação, decodificação, estimação do canal, precodificação, combinação e do amplificador. A modelagem do consumo energético foi feita com base em [1, 12, 13] e [5, 19–21].

3.2 Modelagem do cenário MIMO Massivo

A modelagem do sistema foi feita baseada em [6] e [11]. Considere um sistema MIMO multiusuário unicelular com enlace direto e reverso. A estação base possui um arranjo de M antenas. O sistema atende a K usuários simultaneamente, cada um com uma única antena.

Para garantir uma melhor compreensão da modelagem do sistema, vale a pena destacar alguns conceitos a serem utilizados, os quais foram baseados em [2]:

- **Banda de coerência:** medida do intervalo de frequências por onde um canal de comunicação passa todos os seus componentes espectrais do sinal com igual ganho e atraso; é a separação de frequência pela qual o canal atua de maneira uniforme em todos os componentes espectrais.
- **Tempo de coerência:** representa o máximo tempo em que o canal se mantém invariante no tempo, em que a resposta do canal ao impulso apresenta elevada autocorrelação.
- **Canais com desvanecimento plano:** a largura de banda do sinal é inferior a banda de coerência do canal, de modo que todo o sinal se encontra na região de igual ganho e atraso aos componentes espectrais. Neste caso, o efeito do canal sobre o sinal é uma simples multiplicação por um ganho complexo.
- **Canais com desvanecimento seletivo em frequência:** a largura de banda do sinal é superior a banda de coerência do canal, de modo que os componentes espectrais do sinal sofrem diferentes ganhos e atrasos. Neste caso, o sinal recebido é resultado de um somatório de convoluções no domínio do tempo entre os vários sinais com diferentes atrasos.
- **OFDM:** é uma das principais técnicas usadas para combater o desvanecimento seletivo em frequência e consiste em transformar um canal seletivo em frequência em vários subcanais com desvanecimento plano, viabilizando o uso das técnicas MIMO destinadas a canais planos. Esse procedimento é realizado com a aplicação de IFFT (*inverse fast fourier transform*) no transmissor e FFT (*fast fourier transform*) no receptor e consegue converter um único canal seletivo em frequência em vários subcanais MIMO com desvanecimento plano.
- **Desvanecimento em larga escala:** ocasionado por grandes objetos obstruindo o caminho entre transmissor e receptor que bloqueia parte da energia, esse tipo de desvanecimento afeta principalmente a SNR do sistema;
- **Desvanecimento em pequena escala:** mais oscilante, é característico de canais NLOS e resultante da interferência entre sinais de multipercurso, afetando a resposta do canal de comunicação \mathbf{H} .

Com relação a transmissão do sistema, considera-se que a largura de banda de operação do sistema seja de B Hz, que a banda de coerência seja B_c Hz e o tempo de coerência, T_c s. Utiliza-se a técnica de OFDM com o intuito de garantir que os canais MIMO não estejam sob desvanecimento seletivo em frequência, ou seja, pode-se considerar que o canal apresenta desvanecimento plano, de

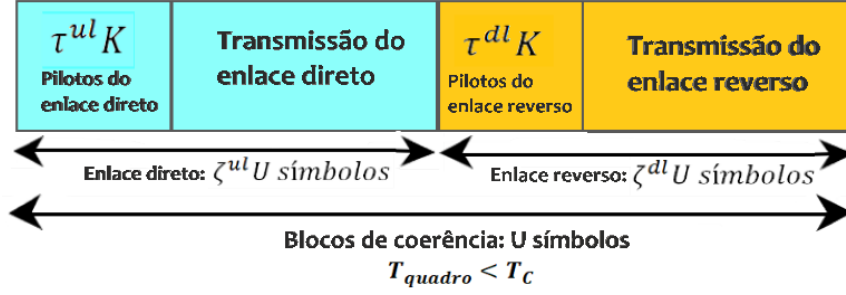


Figura 3.1: Modelagem da transmissão com uso de TDD. Adaptado de [4].

modo que $B < B_c$ e, conseqüentemente, $T_{quadro} < T_c$. O canal pode ser considerado estático, de modo que não apresenta variações significativas ao longo do tempo e, conseqüentemente, a matriz de resposta do canal também é estática. Os blocos de coerência são formados por uma quantidade de símbolos expressa por $U = B_c \times T_c$ símbolos. Assume-se que a estação base e os usuários são perfeitamente sincronizados. A transmissão é feita utilizando a técnica de duplexação por divisão no tempo (TDD). A escolha do uso de TDD é baseada na necessidade de estimação do canal em ambos, estação base e usuários e, como este protocolo utiliza a mesma largura de banda para os enlaces direto e reverso, pode-se considerar a reciprocidade do canal de comunicação. No entanto, técnicas de calibração devem ser aplicadas de modo a compensar eventuais diferenças de amplitude ou fase entre as cadeias de radiofrequência (RF) dos sistemas de transmissão e recepção.

Para viabilizar a aquisição de CSI, são enviados sinais pilotos em ambos os enlaces. A quantidade de pilotos escala com o número de usuários, visto que K representa o número de diferentes canais de comunicação existentes. $\tau^{ul}K$ e $\tau^{dl}K$ representam a quantidade de pilotos nos enlaces direto e reverso, respectivamente. Para evitar a reutilização de pilotos, que ocasiona o problema da contaminação de pilotos, e viabilizar a utilização de pilotos ortogonais entre os usuários, considera-se $\tau^{ul}, \tau^{dl} \geq 1$. As parcelas do tempo de quadro destinadas ao enlace direto e reverso são representadas por ζ^{ul} e ζ^{dl} , respectivamente. Deste modo, no enlace direto são transmitidos $U\zeta^{ul}$ símbolos, e no reverso, $U\zeta^{dl}$ símbolos. A estimação do canal nos usuários é feita com auxílio dos pilotos do enlace reverso e do uso das técnicas de precodificação. Por fim, vale ressaltar que o uso de TDD exige que o número de antenas na estação base e de usuários ativos seja o mesmo em ambos os enlaces. A Fig. 3.1 ilustra esta modelagem do sistema de transmissão.

Os usuários ativos mudam com o tempo e são selecionados usando uma das técnicas de escalonamento mais simples existentes, *round robin*. Este é um algoritmo de agendamento de processamentos em que atribui-se uniformemente frações de tempo para cada processo e de maneira circular, de modo a garantir que todos os processos sejam realizados e possuam o mesmo tempo disponível.

Para modelar a localização física dos usuários, considera uma variável aleatória x , que representa a distância entre estes e a estação base (considerada a origem do sistema), em que x_k é a posição do k -ésimo usuário, dada em metros e $k \in 1...K$. Essa VA apresenta uma função de distribuição que caracteriza a densidade dos usuários na área de cobertura, denominada $f(x)$. Além disso, $l(x)$ é a função que descreve a atenuação do canal para cada usuário, de modo que $l(x_k)$ é a atenuação

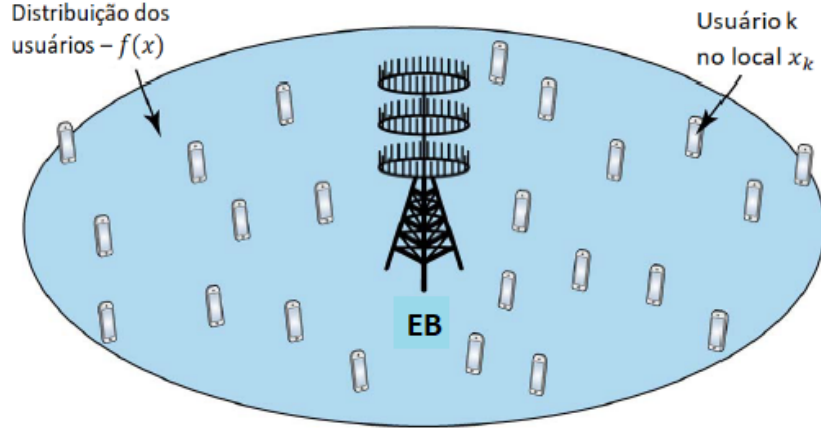


Figura 3.2: Distribuição dos usuários em região circular ao redor da estação base. Adaptado de [4].

média do canal, no local x_k , devido a perda de percurso, espalhamento (a transmissão é feita em ambiente rico em espalhamento, na ausência de linha de visada) e sombreamento. Com relação ao desvanecimento de larga escala, pode-se considerar que é o mesmo entre todos os usuários e a estação base, visto que a separação entre as antenas adjacentes na estação base é muito menor do que a distância entre a BS e os usuários.

Os usuários são uniformemente distribuídos em uma região circular com raio d_{max} e distância mínima d_{min} conforme ilustra a Fig. 3.2. Neste caso, a função de densidade da distribuição dos usuários é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi(d_{max}^2 - d_{min}^2)} & \text{se } d_{min} \leq \|x\| \leq d_{max}, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.1)$$

Se considerarmos que a perda de percurso é o termo de maior relevância no desvanecimento de larga escala, pode-se ainda modelar $l(x)$ como:

$$l(x) = \frac{D}{\|x\|^k}, \quad (3.2)$$

em que $D > 0$ é a atenuação fixa do canal, calculada para $x = d_{min}$ e $k \geq 2$ é o expoente de perda de percurso.

Por fim, o canal de comunicação é modelado por uma matriz \mathbf{H} composta por vetores que são M -dimensionais $\mathbf{h}_k = [h_{k,1} \dots h_{k,M}]$ que representam a resposta do canal entre a n -ésima antena de transmissão e o k -ésimo usuário. A separação entre as antenas é escolhida de modo que as respostas do canal sejam decorrelatadas. A resposta de cada canal apresenta desvanecimento *Rayleigh*, ou seja, $h_k \sim \mathcal{CN}(0_M, l(x_k)I_M)$. Observe que a variância da resposta dos canais entre a estação base e os usuários são definidas pela posição de cada usuário ($l(x)$), visto que a matriz de canal *Rayleigh* apresenta variância fixa.

3.3 Taxa total de transmissão do sistema

Um dos parâmetros essenciais para o cálculo da eficiência energética é a taxa total de transmissão do sistema. Para encontrarmos uma expressão para esta taxa, é preciso considerar ambos os enlaces, direto e reverso, sabendo que em cada enlace existem K taxas, uma para cada usuário.

Com base no capítulo 2, mais especificamente nas Eqs. 2.14 e 2.22, podemos expressar a taxa para cada usuário em função da largura de banda de operação e da relação sinal ruído e interferência entre a estação base e o usuário em estudo. Neste trabalho, a interferência entre usuários será tratada como ruído. Desse modo, a SINR pode ser interpretada como:

$$\text{SINR}_k = \frac{\text{Potência do símbolo desejado ao usuário } k}{\text{Interferência entre outros usuários} + \text{Ruído do canal}}. \quad (3.3)$$

Além disso, é preciso levar em consideração os fatores de *overhead* do canal, e que, operando em TDD, o tempo de quadro é dividido entre os dois enlaces, de modo que a taxa efetiva é influenciada por esta divisão. Considera-se a utilização de *codebook* gaussiano e o uso de técnicas de precodificação no enlace direto e combinação no enlace reverso, sendo a mesma técnica aplicada em ambos os enlaces, além de perfeita aquisição de CSI. A matriz de combinação é denominada \mathbf{G} e a matriz de precodificação, \mathbf{V} .

3.3.1 Taxa total do Enlace Direto

No enlace direto, $\tau^{ul}K$ símbolos pilotos são enviados para viabilizar a estimação do canal de cada usuário pela estação de base. Além disso, $\zeta^{ul}U$ símbolos são enviados ao total durante o tempo de transmissão deste enlace. Desta forma, a parcela do tempo de quadro destinado ao envio de símbolos pilotos (*overhead*) é calculado como $\frac{\tau^{ul}K}{\zeta^{ul}U}$. Com isso, é possível concluir que a taxa efetiva do enlace direto, para cada usuário, é dada por:

$$R_k^{ul} = \zeta^{ul} \left(1 - \frac{\tau^{ul}K}{U\zeta^{ul}} \right) \bar{R}_k^{ul}, \quad (3.4)$$

em que \bar{R}_k^{ul} representa a taxa bruta de transmissão do usuário para a estação.

Conforme mencionado anteriormente, a taxa bruta está relacionada com a largura de banda de operação do sistema e com a relação sinal ruído e interferência entre a estação e cada usuário. Considerando que no enlace direto o sinal recebido pela estação é multiplicado por uma matriz de combinação, tem-se que: a potência enviada por cada dispositivo é multiplicada por um ganho advindo do canal de comunicação e da matriz de combinação, sendo que o mesmo ocorre para a interferência entre os usuários, e o ruído introduzido pelo canal sofre o efeito da multiplicação por \mathbf{G} . Seja P_k^{ul} a potência enviada pelo k -ésimo usuário, pode-se expressar a SINR _{k} como:

$$\text{SINR}_k = \frac{P_k^{ul} |\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_k|^2}{\sum_{l=1, l \neq k}^K P_l^{ul} |\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_l|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{g}_k\|^2}, \quad (3.5)$$

em que $P_k^{ul} |\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_k|^2$ representa a potência enviada pelo usuário ponderada pelo ganho introduzido pelo canal e pela matriz \mathbf{G} , $\sum_{l=1, l \neq k}^K P_l^{ul} |\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_l|^2$ é a interferência dos usuários adjacentes e $\sigma^2 \|\mathbf{g}_k\|^2$ é o ruído introduzido pelo canal.

Assim, a taxa efetiva de cada usuário no enlace direto é dada por:

$$R_k^{ul} = B\zeta^{ul} \left(1 - \frac{\tau^{ul} K}{U\zeta^{ul}} \right) \log_2 \left(1 + \frac{P_k^{ul} |\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_k|^2}{\sum_{l=1, l \neq k}^K P_l^{ul} |\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_l|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{g}_k\|^2} \right). \quad (3.6)$$

3.3.2 Taxa total do Enlace Reverso

A derivação da taxa total para o enlace reverso é análogo ao feito para o enlace direto. Neste caso, $\tau^{dl} K$ símbolos pilotos são enviados para viabilizar a estimação do canal por cada usuário, $\zeta^{dl} U$ símbolos são enviados ao total durante o tempo de transmissão deste enlace e a parcela de *overhead* é calculada como $\frac{\tau^{dl} K}{\zeta^{dl} U}$. Com isso, é possível concluir que a taxa efetiva do enlace reverso, para cada usuário, é dada por:

$$R_k^{dl} = \zeta^{dl} \left(1 - \frac{\tau^{dl} K}{U\zeta^{dl}} \right) \bar{R}_k^{dl}, \quad (3.7)$$

em que \bar{R}_k^{dl} representa a taxa bruta de transmissão da estação base para cada usuário.

No enlace reverso, o sinal enviado pela estação base é multiplicado por uma matriz de precodificação, de modo que: a potência recebida por cada dispositivo é multiplicada por um ganho advindo do canal de comunicação e da matriz de precodificação (neste caso, consideremos uma matriz normalizada) sendo que o mesmo ocorre para a interferência entre os usuários. O ruído introduzido pelo canal não sofre o efeito de nenhum ganho. Seja P_k^{dl} a potência recebida pelo k -ésimo usuário. Dessa forma, pode-se expressar a SINR_k como:

$$\text{SINR}_k = \frac{P_k^{dl} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k|^2}{\|\mathbf{v}_k\|^2}}{\sum_{l=1, l \neq k}^K P_l^{dl} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{g}_l|^2}{\|\mathbf{v}_l\|^2} + \sigma^2}, \quad (3.8)$$

em que $P_k^{dl} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k|^2}{\|\mathbf{v}_k\|^2}$ representa a potência enviada pela estação base ponderada pelo ganho introduzido pelo canal e pela matriz \mathbf{V} , $\sum_{l=1, l \neq k}^K P_l^{dl} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{g}_l|^2}{\|\mathbf{v}_l\|^2}$ é a interferência dos usuários adjacentes e σ^2 é o ruído introduzido pelo canal.

Assim, a taxa efetiva de cada usuário no enlace reverso é dada por:

$$R_k^{dl} = B\zeta^{dl} \left(1 - \frac{\tau^{dl} K}{U\zeta^{dl}} \right) \log_2 \left(1 + \frac{P_k^{dl} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k|^2}{\|\mathbf{v}_k\|^2}}{\sum_{l=1, l \neq k}^K P_l^{dl} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{g}_l|^2}{\|\mathbf{v}_l\|^2} + \sigma^2} \right). \quad (3.9)$$

3.3.3 Alocação de potência

Pode-se observar que a taxa por usuário é dependente da potência enviada ou recebida pelo dispositivo, P_k^{ul} e P_k^{dl} . A restrição imposta neste trabalho foi garantir que todos os usuários possuam a mesma taxa bruta, em ambos os enlaces, ou seja, $R_k^{ul} = R \forall k$ e $R_k^{dl} = R \forall k$. Para que esta condição seja atendida, é preciso utilizar uma estratégia de alocação de potência que consiga compensar os diferentes ganhos associados aos canais entre estação base e usuários. A técnica utilizada neste projeto foi baseada em [18].

O algoritmo desenvolvido neste artigo tem por objetivo determinar a alocação de potência de cada usuário de modo que a interferência somada ao ruído de cada dispositivo esteja abaixo de um nível aceitável. Deste modo, considerando γ_k e P_k a SINR desejada e a potência transmitida para o k -ésimo usuário, respectivamente, e desconsiderando a existência de técnicas de precodificação e combinação, o intuito é garantir que:

$$\gamma_k \leq \frac{|h_{kk}P_k|}{\sum_{j \neq k} |h_{kj}^2 P_j + \sigma_k^2|}, \quad (3.10)$$

para todos os usuários, $k \in \{1 \dots K\}$.

Seja $G_{kj} = \frac{|h_{kj}|^2}{|h_{kk}|^2}$ e $q_k = \frac{\sigma_k^2}{|h_{kk}|^2}$, a Eq. (3.10) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \gamma_k &\leq \frac{P_k}{\sum_{j \neq k} G_{kj} P_j + q_k}, \\ \gamma_k \left(\sum_{j \neq k} G_{ij} P_j + q_k \right) &\leq P_k. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Passando para o formato matricial, seja \mathbf{D} a matriz diagonal cujos elementos são γ_k , temos:

$$\begin{aligned}
\mathbf{D}(\mathbf{G}\mathbf{P} + \mathbf{q}) &\leq \mathbf{P}, \\
(\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{G})\mathbf{P} &\geq \mathbf{D}\mathbf{q}, \\
\mathbf{P} &\geq (\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{G})^{-1}\mathbf{D}\mathbf{q}.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Partindo desta expressão, englobando as notações apresentadas para o caso em estudo e fazendo algumas manipulações matemáticas, com base em [6] e [18], pode-se mostrar que a alocação de potência que garante a distribuição uniforme da taxa entre os usuários é dada por:

$$\mathbf{P}^{ul} = \sigma^2(\mathbf{D}^{ul})^{-1}\mathbf{1}_K, \tag{3.13}$$

em que $\mathbf{1}_K$ é uma matriz com todos os elementos 1 e de dimensão $K \times 1$ e \mathbf{D} é uma matriz $K \times K$ calculada da seguinte maneira:

$$\mathbf{D}_{k,l}^{ul} = \begin{cases} \frac{|\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_k|^2}{\left(2^{\frac{R}{B}} - 1\right) \|\mathbf{g}_k\|^2} & \text{para } k = l \\ -\frac{|\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_l|^2}{\|\mathbf{g}_k\|^2} & \text{para } k \neq l. \end{cases} \tag{3.14}$$

Processo análogo pode ser feito para o caso do enlace reverso. Neste caso, a alocação de potência é dada por:

$$\mathbf{P}^{dl} = \sigma^2(\mathbf{D}^{dl})^{-1}\mathbf{1}_K, \tag{3.15}$$

em que \mathbf{D} é uma matriz $K \times K$ calculada como:

$$\mathbf{D}_{k,l}^{dl} = \begin{cases} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k|^2}{\left(2^{\frac{R}{B}} - 1\right) \|\mathbf{v}_k\|^2} & \text{para } k = l \\ -\frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_l|^2}{\|\mathbf{v}_l\|^2} & \text{para } k \neq l. \end{cases} \tag{3.16}$$

Observe que $\left(2^{\frac{R}{B}} - 1\right)$ é equivalente a SINR do canal entre o usuário e a estação rádio-base.

É interessante observar que, no caso de cenários com presença de interferência entre usuários, é possível que a taxa bruta desejada (\bar{R}) não possa ser suportada por todos os usuários, o que levaria a potências negativas ao efetuar o cálculo da matriz \mathbf{P} . Logo, ao realizar as simulações computacionais, deve-se utilizar estratégias que evitem que este tipo de cenário aconteça, eliminando as realizações de canal que culminem neste problema.

Esta alocação de potência será importante tanto para o cálculo da taxa por usuário quanto para encontrar a potência de transmissão do PA (*power amplifier*, amplificador de potência), a qual será derivada na subseção 3.4.8.

3.3.4 Taxa Total para o caso do ZF

Com uso do *zero forcing* como técnica de precodificação/cominação, é possível fazer algumas derivações para encontrar uma expressão analítica para a taxa total de transmissão do sistema. Supondo que a matriz de precodificação (\mathbf{V}) no caso do ZF possa ser escrita como $\mathbf{V} = \sqrt{\rho\sigma^2(M-K)}\mathbf{H}(\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}$, em que ρ representa a SINR, temos que:

$$\begin{aligned}\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k &= \mathbf{h}_k^H \sqrt{\rho\sigma^2(M-K)} \mathbf{h}_k (\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k)^{-1}, \\ \mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k &= \sqrt{\rho\sigma^2(M-K)} \mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k (\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k)^{-1}, \\ \mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k &= \sqrt{\rho\sigma^2(M-K)}.\end{aligned}\tag{3.17}$$

Substituindo esta expressão na fórmula da capacidade encontrada anteriormente, e lembrando que o objetivo do ZF é zera a interferência entre os usuários, de modo que $\sum_{l=1, l \neq k}^K \frac{p_l^{ul} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_l|^2}{\|\mathbf{v}_l\|^2} = 0$, temos que:

$$\begin{aligned}\bar{R}_k^{ul} &= B \log_2 \left(1 + \frac{\rho\sigma^2(M-K)}{\sigma^2} \right), \\ \bar{R}_k^{ul} &= B \log_2 (1 + \rho(M-K)).\end{aligned}\tag{3.18}$$

Ideia semelhante pode ser aplicada ao enlace reverso, e, neste caso, a taxa bruta também será expressa pela Eq. (3.18). Desta forma, as taxas efetivas por usuário dos enlaces direto e reverso para o caso do ZF são expressas por:

$$\begin{aligned}R_k^{ul} &= B\zeta^{ul} \left(1 - \frac{\tau^{ul}K}{U\zeta^{ul}} \right) \log_2 (1 + \rho(M-K)), \\ R_k^{dl} &= B\zeta^{dl} \left(1 - \frac{\tau^{dl}K}{U\zeta^{dl}} \right) \log_2 (1 + \rho(M-K)),\end{aligned}\tag{3.19}$$

e a taxa total de transmissão do sistema é:

$$R = BK \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U} \right) \log_2 (1 + \rho(M-K)).\tag{3.20}$$

3.4 Modelagem do Consumo Energético

O outro parâmetro essencial para o cálculo da eficiência energética é o consumo energético dos enlaces direto e reverso. Conforme [20], a importância de englobar os sistemas de transmissão e

recepção na modelagem é para evitar soluções triviais na otimização da eficiência energética, em que a minimização do consumo energético em uma das pontas é obtido pela maximização da potência da outra ponta do sistema. O objetivo é encontrar uma solução global, que seja balanceada de modo a evitar sobrecarga em um dos lados, obtendo assim a maximização da eficiência energética que otimize o transmissor e o receptor simultaneamente. Vale ressaltar que dada a formulação da eficiência energética, o consumo energético é representado pela potência do sistema.

As modelagens amplamente utilizadas usualmente consideram que a potência total é aproximadamente proporcional a potência radiada transmitida pelas cadeias de radiofrequência alimentando cada antena da estação base. No entanto, para o cenário MIMO massivo, esta consideração leva a conclusões absurdas, visto que no caso de M tendendo a ∞ , tanto a taxa quanto o consumo energético aumentariam sem limites, levando a uma EE indefinida. Logo, para garantir um eficaz estudo da eficiência energética, é preciso utilizar uma modelagem que seja a mais coerente possível, englobando todos os elementos que apresentem consumo energético relevante para o sistema. Com esse intuito, a modelagem utilizada nesse projeto, que foi a abordada em [11], foi feita de modo a reunir todos os possíveis componentes e processos que influenciem a potência total do sistema de comunicação.

As próximas seções têm por objetivo apresenta-lá de maneira detalhada, comparando-a com outras abordagens existentes e justificando as escolhas feitas para o estudo da eficiência energética. Os elementos que foram englobados na modelagem feita são: custos de arquitetura, potência dos circuitos de recepção e transmissão, processos de codificação, decodificação, estimação do canal, precodificação e combinação, *backhaul* e potência do amplificador, conforme ilustra a Fig. 3.3. Para os processos que envolvem o tipo de precodificação/combinação realizado, serão estudados os dois casos de maior interesse: *zero forcing* e MRT/MRC.

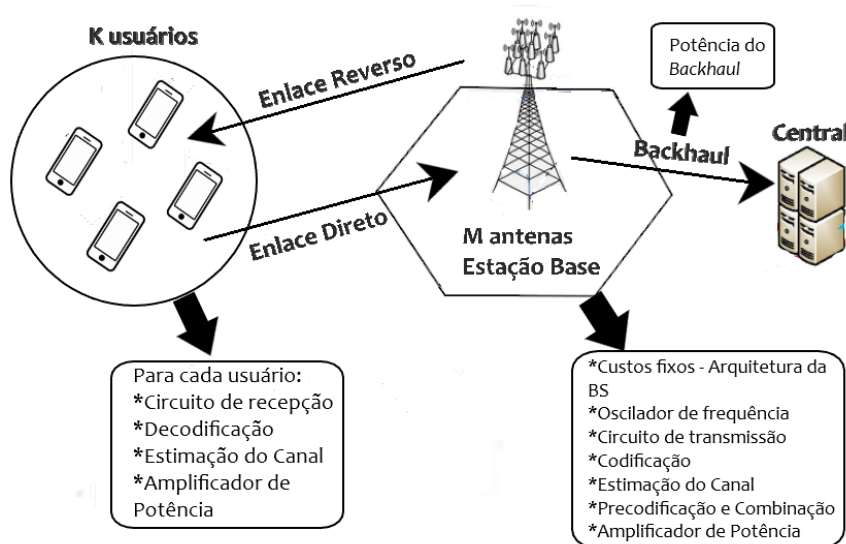


Figura 3.3: Modelagem do consumo energético do sistema MIMO.

3.4.1 Backhaul

O *backhaul* é usado para fazer a transferência dos dados dos enlaces direto e reverso entre a estação base e a rede central. Em [19], destaca-se a importância de considerar o consumo deste elemento do sistema na modelagem, em que há uma parcela fixa de potência (P_{FBH}), que independe da carga, e outra que escala com a taxa total de transmissão do sistema (P_{BT}). Desse modo, a potência do *backhaul* pode ser modelada como:

$$P_{backhaul} = P_{FBH} + P_{BT} \left(\sum_{k=1}^K \left(\mathbb{E}\{R_k^{ul} + R_k^{dl}\} \right) \right). \quad (3.21)$$

3.4.2 Custos fixos de Potência

É fato comum considerar uma parcela fixa na modelagem do consumo energético, conforme mostra [1, 5, 6, 13, 20, 21], em que esta está relacionada a infraestrutura da estação base. De modo a incluir todos os elementos possíveis, e com base em [11], o consumo fixo, representado por P_{FIX} modela os custos de arquitetura e inclui sinalização, infraestrutura, processos banda base e *backhaul* (conforme explicado anteriormente). É interessante observar que em [21], englobam-se os processos banda base como proporcionais ao número de antenas na estação base, no entanto, para a modelagem deste trabalho optou-se por utilizar o modelo mais encontrado nas literaturas e considerar esse consumo como fixo.

Além disso, como usualmente a estação base apresenta um único oscilador de frequência, considera-se seu consumo como parte da parcela fixa, representado por P_{SYN} . Deste modo, a potência fixa é representada por:

$$P_{fixa} = P_{FIX} + P_{SYN}. \quad (3.22)$$

Observe que P_{FIX} engloba a potência fixa do *backhaul*, P_{FBH} .

3.4.3 Potência de recepção

Conforme apresentado em [5, 6, 13, 20, 21], os circuitos de recepção de cada usuário são responsáveis por uma parcela do consumo energético. Cada dispositivo possui um sistema de recepção que pode ser ilustrado pela Fig. 3.4, em que se observa a presença de amplificador de potência (LNA, *low noise amplifier*, amplificador de baixo ruído), misturador, oscilador, filtros e conversor analógico para digital. Em alguns dispositivos, existe também outro tipo de amplificador, o IFA (*intermediate frequency amplifier*, amplificador de frequência intermediária). Esta potência escala com o número de usuários atendidos pela estação base, e será representada por P_{UE} . Deste modo, a potência de recepção é calculada como:

$$P_{RX} = KP_{UE}. \quad (3.23)$$

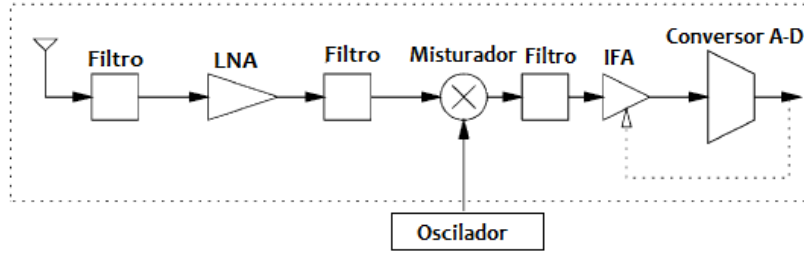


Figura 3.4: Modelagem do circuito de recepção de cada usuário. Adaptado de [5].

3.4.4 Potência de transmissão

De maneira análoga ao caso da recepção, conforme apresentado em [5,6,13,20,21], os circuitos de transmissão da estação base são responsáveis por uma parcela do consumo energético. Cada antena possui um sistema de transmissão que pode ser ilustrado pela Fig. 3.5, em que se observa a presença do amplificador de potência, misturador, oscilador, filtros e conversor digital para analógico. Lembre-se que o oscilador de frequência é único na estação base. Esta potência escala com o número de antenas na estação, e será representada por P_{BS} . Deste modo, a potência de transmissão é representada por:

$$P_{TX} = MP_{BS}. \quad (3.24)$$

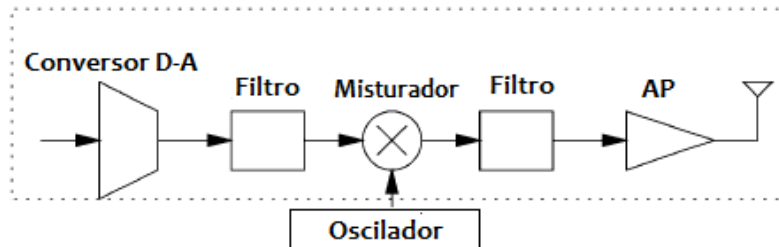


Figura 3.5: Modelagem do circuito de transmissão de cada antena da estação base. Adaptado de [5].

3.4.5 Processos de Codificação e Decodificação de Canal

Em [6], a modelagem do consumo referente aos processos de codificação e decodificação de canal é feito da seguinte forma: considera-se que na estação base é efetuada a codificação e modulação

de K sequências (cada uma destinada a um usuário) e que cada usuário realiza o processo de decodificação da mensagem recebida. Desse modo, $K(P_{COD} + P_{DEC})$ representa este consumo, em que P_{COD} e P_{DEC} são as potências para efetuar uma codificação e uma decodificação, respectivamente. A modelagem adotada neste trabalho segue esta lógica, no entanto, agrega as suposições feitas em [22], em que considera-se que as potências de codificação e decodificação dependem da taxa de informação do sistema (número de *bits*), de modo que deve-se multiplicar essas parcelas pela taxa total de transmissão. Assim, temos:

$$P_{C/D} = \sum_{k=1}^K \left(\mathbb{E}\{R_k^{ul} + R_k^{dl}\} \right) (P_{COD} + P_{DEC}) \quad (3.25)$$

Com relação a estes processos, em [21] é feita a modelagem da potência de decodificação escalando com o número de usuários, mas não considera-se o processo de codificação. As outras referências não incluíram esse consumo em suas modelagens.

3.4.6 Estimação do Canal

Seja L a eficiência computacional da estação base, dada em operações/Joule. De acordo com [6], a estimação do canal consiste em receber M sinais por usuário e escalar com um fator que depende do estimador. Este processo é feito uma vez a cada tempo de coerência, de modo que o consumo é de $\frac{MK}{LT}$ Joule/uso do canal. Este raciocínio, no entanto, é precário por desconsiderar a quantidade de operações realizadas para a estimação da matriz de canal e para as operações matriciais realizadas.

Esta ideia é introduzida em [20], em que o consumo da estimação de canal é modelado como proporcional ao número de operações aritméticas envolvidas na detecção dos bits. Seguindo esta lógica, em [21], disponibiliza-se uma tabela com o número de operações necessárias para a realização de algumas manipulações matriciais, dentre elas a estimação do canal de comunicação. Neste caso, a estimação de \mathbf{H} tem custo de $2MK\tau$ operações, em que τ representa a quantidade de usos do canal. Visto que são K usos do canal, temos $2MK^2$ operações envolvidas na estimação do canal. Esta derivação, no entanto, considera apenas o enlace direto.

Pode-se expandir este raciocínio para ambos os enlaces, considerando as operações matriciais envolvidas. Seja L_{BS} e L_{UE} as eficiências computacionais da estação base e dos usuários, respectivamente, dadas em operações/Joule ou *flops*/W. A estimação de canal é realizada uma vez a cada bloco de coerência e conforme o modelo exposto, existem $\frac{B}{U}$ blocos. No enlace direto, a estação base recebe o sinal piloto como uma matriz $M \times \tau^{ul}K$ e, para cada usuário, a estimação do canal é feita via multiplicação pela sequência piloto correspondente de dimensão $\tau^{ul}K$.¹ A quantidade de operações envolvidas no produto entre uma matriz $M \times N$ e um vetor $N \times 1$ é, para N grande, aproximadamente $2MN$. No caso em análise, temos um total de $2M\tau^{ul}K$ operações para cada usuário, de modo que a potência para estimação do canal no enlace direto é:

¹As derivações aqui apresentadas foram baseadas em "Numerical linear algebra background", disponível em <https://web.stanford.edu/class/ee364a/lectures/num-lin-alg.pdf>

$$P_{EC}^{UL} = \frac{B}{U} \frac{2\tau^{ul}MK^2}{L_{BS}}. \quad (3.26)$$

No enlace reverso, cada usuário recebe uma sequência piloto de dimensão $\tau^{dl}K \times 1$ e a processa duas vezes: uma para obter os ganhos efetivos de precodificação do canal e outra para calcular a variância da interferência com o ruído.¹ A quantidade de operações envolvidas no produto entre dois vetores $N \times 1$ é $2N$. No caso em análise, temos um total de $4\tau^{dl}K$ operações para cada usuário, de modo que a potência para estimação do canal no enlace reverso é:

$$P_{EC}^{DL} = \frac{B}{U} \frac{4\tau^{dl}K^2}{L_{UE}}. \quad (3.27)$$

Com base em Eq. (3.26) e Eq. (3.27), a potência do processo de estimação do canal é modelada como:

$$P_{EC} = \frac{B}{U} \left(\frac{2\tau^{ul}MK^2}{L_{BS}} + \frac{4\tau^{dl}K^2}{L_{UE}} \right). \quad (3.28)$$

3.4.7 Processos de Precodificação e Combinação

Para modelar o consumo energético dos processos de precodificação e combinação, a técnica utilizada é semelhante a do caso de estimação do canal, ou seja, busca-se determinar a quantidade de operações computacionais envolvidas no cálculo de \mathbf{G} e \mathbf{V} . Para o caso do MRT/MRC, o único processo envolvido é a normalização (e cálculo da hermitiana) da matriz de resposta do canal (\mathbf{H}). Já no caso do ZF, é preciso realizar o cálculo da pseudoinversa.

Em [21], disponibiliza-se uma tabela com o número de operações necessárias para a realização de algumas manipulações matriciais, dentre eles o cálculo da pseudoinversa. Neste caso, calcular $\mathbf{H}(\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}$ tem custo de $\left(4MK^2 + \frac{8K^3}{3}\right)$ operações. Esta derivação, no entanto, considera que o cálculo da pseudoinversa é feito de maneira direta, o que apresenta uma complexidade computacional muito elevada. As modelagens a seguir consideram a realização de fatoração matricial com o intuito de reduzir a complexidade, e, consequentemente, o número total de operações.

Conforme mencionado anteriormente, seja L a eficiência computacional da estação base, em operações/Joule, e T o tempo de coerência. Em [6], para o MRT/MRC, estima-se que a normalização e o cálculo da hermitiana apresentam um custo de $\frac{2MK}{LT}$ Joule/uso do canal.¹ No caso do ZF, considerando que o cálculo da pseudoinversa é feito com uso de fatoração LU, temos $\frac{2K^3}{3}$ para a fatoração LU, $3K^2$ e $2K$ operações por antena para as substituições direta/reversa e para

¹As derivações aqui apresentadas foram baseadas em "Numerical linear algebra background", disponível em <https://web.stanford.edu/class/ee364a/lectures/num-lin-alg.pdf>

a solução das equações resultantes, respectivamente. Além disso, deve-se considerar um custo adicional de $\left(1 - \frac{K}{T}\right) \frac{MK}{L}$ pela multiplicação da matriz de precodificação pelo vetor de símbolos de informações. Neste caso, o consumo total é dado por

$$P_{ZF} = \left(\frac{3K^2M + 2KM}{LT} + \frac{2K^3}{3LT} \right) + \left(1 - \frac{K}{T} \right) \frac{MK}{L} \quad (3.29)$$

A abordagem adotada neste trabalho segue o mesmo raciocínio, porém faz algumas considerações diferentes, com o intuito de reduzir ainda mais a complexidade computacional. Primeiramente, considerando ambos os enlaces, o custo dos processos lineares é composto por duas parcelas: uma relativa a um produto entre uma matriz $M \times K$ e um vetor $K \times 1$, que é de $2MK$ e outra referente ao cálculo das matrizes de precodificação/cominação (P_{GV}), que depende da técnica escolhida e é um processo realizado uma vez a cada bloco de coerência. Desta forma, a potência é expressa por:

$$P_{PC} = B \left(1 - \frac{(\tau_{ul} + \tau_{dl})K}{U} \right) \frac{2MK}{L_{BS}} + P_{GV} \quad (3.30)$$

Para o caso do MRT/MRC, como o único processo realizado é a normalização e o cálculo da hermitiana da matriz \mathbf{H} , há $3MK$ operações envolvidas, de modo que o consumo é de $\frac{B}{U} \frac{3MK}{L_{BS}}$.¹ Para o caso do ZF, considerando que o cálculo da pseudoinversa é feita com base na fatoração Cholesky, temos $\frac{K^3}{3}$ operações para a fatoração LU, $3K^2$ e K operações por antena para as substituições direta/reversa e para a solução das equações resultantes, respectivamente. Neste caso, a potência é de $\frac{B}{U} \left(\frac{K^3}{3L_{BS}} + \frac{3MK^2 + MK}{L_{BS}} \right)$. Seja $\tau_{ul} + \tau_{dl} = \tau_{sum}$.

Assim, temos

$$P_{GV} = \begin{cases} B \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U} \right) \frac{2MK}{L_{BS}} + \frac{B}{U} \frac{3MK}{L_{BS}} & \text{para o MRT/MRC} \\ B \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U} \right) \frac{2MK}{L_{BS}} + \frac{B}{U} \left(\frac{K^3}{3L_{BS}} + \frac{3MK^2 + MK}{L_{BS}} \right) & \text{para o ZF.} \end{cases} \quad (3.31)$$

3.4.8 Amplificador de Potência

O amplificador de potência é um elemento que têm destaque na modelagem destes sistemas por ser responsável por uma parcela considerável do consumo total, visto que apresenta baixa eficiência. Em [5, 13, 20, 21], a potência do PA é modelada como a potência transmitida no enlace

¹As derivações aqui apresentadas foram baseadas em "Numerical linear algebra background", disponível em <https://web.stanford.edu/class/ee364a/lectures/num-lin-alg.pdf>

¹As derivações aqui apresentadas foram baseadas em "Numerical linear algebra background", disponível em <https://web.stanford.edu/class/ee364a/lectures/num-lin-alg.pdf>

(na estação base, no caso do enlace direto e, pelos usuários, no caso do reverso), ponderada pela eficiência (η) deste, ou seja, $P_{PA} = \frac{P_{TX}}{\eta}$, em que $\eta \leq 1$.

A modelagem adotada neste trabalho, que foi baseada em [6] e [11], segue este mesmo raciocínio. A potência média do PA inclui tanto a potência radiada pelas antenas quanto a dissipada na forma de perdas. Para o cálculo da potência total de transmissão dos enlaces, utiliza-se a técnica de alocação de potência abordada na subseção 2.3.3.

Com base na potência alocada por usuário, calculada com uso de \mathbf{D} , pode-se considerar que a potência média do PA, para o enlace direto, é expressa por:

$$\begin{aligned} P_{TX}^{ul} &= \frac{B\zeta^{ul}}{\eta^{ul}} \mathbb{E}\{\mathbf{1}_K \mathbf{p}^{ul}\} \\ P_{TX}^{ul} &= \sigma^2 \frac{B\zeta^{ul}}{\eta^{ul}} \mathbb{E}\{\mathbf{1}_K^T (\mathbf{D}^{ul})^{-1} \mathbf{1}_K\}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

em que η^{ul} é a eficiência do PA, $\mathbf{1}_K$ é uma matriz de dimensão K e formada por 1's, e a esperança é calculada para as diferentes realizações do canal.

De maneira análoga, para o enlace reverso, temos:

$$\begin{aligned} P_{TX}^{dl} &= \frac{B\zeta^{dl}}{\eta^{dl}} \mathbb{E}\{\mathbf{1}_K \mathbf{p}^{dl}\} \\ P_{TX}^{dl} &= \sigma^2 \frac{B\zeta^{dl}}{\eta^{dl}} \mathbb{E}\{\mathbf{1}_K^T (\mathbf{D}^{dl})^{-1} \mathbf{1}_K\}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

3.4.8.1 Potência do PA para o caso do ZF

De maneira semelhante à taxa total de transmissão, algumas particularidades do caso ZF possibilitam encontrar uma expressão analítica para o cálculo da potência de transmissão.

Relembremos a matriz \mathbf{D} exposta anteriormente, que é expressa por:

$$\mathbf{D}_{k,l}^{dl} = \begin{cases} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k|^2}{\left(2^{\frac{R}{B}} - 1\right) \|\mathbf{v}_k\|^2} & \text{para } k = l \\ -\frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_l|^2}{\|\mathbf{v}_l\|^2} & \text{para } k \neq l. \end{cases} \quad (3.34)$$

No caso do ZF, como o intuito é eliminar a interferência entre usuários, os elementos não diagonais da matriz se tornam nulos. Com relação aos elementos diagonais, sabendo que $\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_k = 1$, o k -ésimo elemento da diagonal de \mathbf{D} se reduz a $\frac{1}{\rho(M-K)\|\mathbf{g}_k\|^2}$. Desse modo, temos que a potência por usuário é da forma:

$$\begin{aligned} p_k^{ul-ZF} &= \rho(M-K)\sigma^2 \|\mathbf{g}_k\|^2, \\ p_k^{ul-ZF} &= \rho(M-K)\sigma^2 (\mathbf{H}^H \mathbf{H})_{k,k}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Como \mathbf{g}_k é a k -ésima coluna de $\mathbf{G} = \mathbf{H}(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}$, aplicando a relação acima na Eq. (3.33), temos que:

$$P_{TX}^{ul-ZF} = \frac{B\zeta^{ul}}{\eta^{ul}} \rho(M-K) \sigma^2 \mathbb{E}_{\mathbf{h}_k, \mathbf{x}_k} \{tr(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}\}, \quad (3.36)$$

em que a esperança é calculada com relação a ambos, as realizações de canal (\mathbf{h}_k) e a distribuição dos usuários (\mathbf{x}_k).

¹ Dados $\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_K$ vetores aleatórios N -dimensionais IID complexos gaussianos com média nula e matriz de covariância \mathbf{R} , então $W = \sum_{k=1}^K \mathbf{x}^H \mathbf{x}$ é a distribuição complexa de *Wishart* com K graus de liberdade e matriz de parâmetros \mathbf{R} . Aplicando essa definição ao caso em estudo, para usuários fixos, é possível observar que $\mathbf{H}^H \mathbf{H} \in \mathbb{C}^{K \times K}$ apresenta uma distribuição complexa de *Wishart* com M graus de liberdade e matriz de parâmetros $\Lambda = diagonal(l(x_1), l(x_2) \dots l(x_K))$. Usando [23] para calcular o momento inverso de primeira ordem, $ES^{-1} = \frac{k}{k-N} \Lambda^{-1}$, em que k é o número de graus de liberdade e N a dimensão dos vetores que formam W , temos que:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_{\mathbf{h}_k, \mathbf{x}_k} \{tr(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}\} \\ & \mathbb{E}_{\mathbf{h}_k, \mathbf{x}_k} = \mathbb{E}_{\mathbf{x}_k} \left\{ \frac{tr(\Lambda^{-1})}{M-K} \right\} \\ & \mathbb{E}_{\mathbf{h}_k, \mathbf{x}_k} = \sum_{k=1}^K \frac{\mathbb{E}_{\mathbf{x}_k} \{(l(\mathbf{x}_k))^{-1}\}}{M-K}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

A esperança com respeito a \mathbf{x}_k é a mesma para todos os usuários. Considerando, conforme dito anteriormente, que os usuários estão distribuídos uniformemente em uma região circular de raio d_{max} e distância mínima d_{min} , em que a função de densidade da distribuição dos usuários é dada pela Eq. (3.1), temos que:

$$\begin{aligned} S_x &= \mathbb{E}\{(l(\mathbf{x}))^{-1}\} = \int_0^\infty \frac{1}{l(\mathbf{x})} \frac{1}{\pi(d_{max}^2 - d_{min}^2)} dx \\ S_x &= \int_0^\infty \frac{\|x\|^k}{D} \frac{1}{\pi(d_{max}^2 - d_{min}^2)} dx \end{aligned} \quad (3.38)$$

Passando para coordenadas polares, temos:

$$\begin{aligned} S_x &= \int_0^{2\pi} \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{r^k}{D} \frac{1}{\pi(d_{max}^2 - d_{min}^2)} r d\theta dr \\ S_x &= \int_{d_{min}}^{d_{max}} 2 \frac{r^{k+1}}{D} \frac{1}{(d_{max}^2 - d_{min}^2)} dr \\ S_x &= \frac{2}{D(k+2)} \frac{d_{max}^{k+2} - d_{min}^{k+2}}{d_{max}^2 - d_{min}^2} = \frac{1}{D(1 + \frac{k}{2})} \frac{d_{max}^{k+2} - d_{min}^{k+2}}{d_{max}^2 - d_{min}^2} \end{aligned} \quad (3.39)$$

¹ A definição aqui apresentada foi retirada do *Wikipedia, Wishart distribution*.

Dessa forma, a potência média do PA no enlace direto é dada por:

$$P_{TX}^{ul-ZF} = \frac{B\zeta^{ul}}{\eta^{ul}} \sigma^2 \rho S_x K. \quad (3.40)$$

A análise para o enlace reverso é análoga e a potência média do PA no enlace reverso é dada por:

$$P_{TX}^{dl-ZF} = \frac{B\zeta^{dl}}{\eta^{dl}} \sigma^2 \rho S_x K. \quad (3.41)$$

Assim, a potência total do PA, considerando ambos os enlaces, com uso do ZF é:

$$P_{TX}^{ZF} = P_{TX}^{ul-ZF} + P_{TX}^{dl-ZF} = \frac{B\sigma^2 \rho S_x}{\eta} K, \quad (3.42)$$

em que $\eta = \left(\frac{\zeta^{ul}}{\eta^{ul}} + \frac{\zeta^{dl}}{\eta^{dl}} \right)^{-1}$.

3.4.9 Parâmetros da Modelagem de Consumo Energético

De modo a condensar as informações apresentadas neste capítulo, a Tabela 3.1 ilustra a modelagem de consumo energético adotada neste trabalho.

Tabela 3.1: Modelagem de Consumo Energético

Origem do consumo	Potência
<i>Backhaul</i>	$P_{FBH} + P_{BT} \left(\sum_{k=1}^K \left(\mathbb{E}\{R_k^{ul} + R_k^{dl}\} \right) \right)$
Fixo	$P_{FIX} + P_{SYN}$
Circuito de recepção dos usuários	$K P_{UE}$
Circuito de transmissão da estação base	$M P_{BS}$
Codificação e Decodificação do Canal	$\sum_{k=1}^K \left(\mathbb{E}\{R_k^{ul} + R_k^{dl}\} \right) (P_{COD} + P_{DEC})$
Estimação do Canal	$\frac{B}{U} \left(\frac{2\tau^{ul} M K^2}{L_{BS}} + \frac{4\tau^{dl} K^2}{L_{UE}} \right)$
Precodificação e Combinação	$P_{PC} = B \left(1 - \frac{\tau_{sum} K}{U} \right) \frac{2MK}{L_{BS}} + P_{GV}$ $P_{GV} = \begin{cases} \frac{B}{U} \frac{3MK}{L_{BS}}, & \text{MRT/MRC} \\ \frac{B}{U} \left(\frac{K^3}{3L_{BS}} + \frac{3MK^2 + MK}{L_{BS}} \right), & \text{ZF} \end{cases}$
Amplificador de Potência	$\begin{cases} \sigma^2 B \left(\frac{\zeta^{ul}}{\eta^{ul}} \mathbb{E}\{\mathbf{1}_K^T (\mathbf{D}^{ul})^{-1} \mathbf{1}_K\} + \frac{\zeta^{dl}}{\eta^{dl}} \mathbb{E}\{\mathbf{1}_K^T (\mathbf{D}^{dl})^{-1} \mathbf{1}_K\} \right), & \text{MRT/MRC} \\ \frac{B\sigma^2 \rho S_x}{\eta} K, & \text{ZF} \end{cases}$

Concatenando as equações expostas, agrupando os termos com suas respectivas potências de K^i com $i = 1 : 3$, MK^j com $j = 1 : 2$ e com a taxa, e representando na forma de coeficientes, podemos expressar a potência total em ambos os enlaces como:

$$P = C_0 + C_1K + C_2K^2 + C_3K^3 + D_0M + D_1MK + D_2MK^2 + AR_{total} + P_{TX-total}, \quad (3.43)$$

em que $R_{total} = \sum_{k=1}^K \mathbb{E}\{R_k^{ul} + R_k^{dl}\}$ e $P_{TX-total} = P_{TX}^{ul} + P_{TX}^{dl}$.

A tabela 3.2 apresenta os coeficientes para o ZF e para o MRT/MRC.

Tabela 3.2: Coeficientes da Modelagem de Consumo Energético

Coeficiente	<i>Zero Forcing</i>	MRT/MRC	Escala com
C_0	$P_0 + P_{SYN}$	$P_0 + P_{SYN}$	Fixo
C_1	P_{UE}	P_{UE}	K
C_2	$\frac{4B\tau^{dl}}{UL_{UE}}$	$\frac{4B\tau^{dl}}{UL_{UE}}$	K^2
C_3	$\frac{B}{3UL_{BS}}$	0	K^3
D_0	P_{BS}	P_{BS}	M
D_1	$\frac{B}{L_{BS}} \left(2 + \frac{1}{U}\right)$	$\frac{B}{L_{BS}} \left(2 + \frac{3}{U}\right)$	MK
D_2	$\frac{B}{UL_{BS}} (3 - 2\tau^{dl})$	$\frac{-2\tau^{dl}B}{UL_{BS}}$	MK^2
A	$P_{COD} + P_{DEC} + P_{BT}$	$P_{COD} + P_{DEC} + P_{BT}$	Taxa total de transmissão

3.5 Eficiência Energética

A eficiência energética é uma medida da relação entre a taxa total de transmissão de informação e a potência total de gasta para efetuar esta transmissão, sendo dada em bits/Joule. Desta forma, com os conceitos e modelagens introduzidos no capítulo, podemos definir a EE para o cenário em estudo como:

$$EE = \frac{\sum_{k=1}^K \mathbb{E}\{R_k^{ul} + R_k^{dl}\}}{C_0 + C_1K + C_2K^2 + C_3K^3 + D_0M + D_1MK + D_2MK^2 + AR_{total} + P_{TX-total}} \quad (3.44)$$

Observe que a EE possui uma parcela fixa (C_0) e termos que dependem do número de antenas na estação base (M), de usuários atendidos simultaneamente (K) e da potência de transmissão (que influencia a capacidade da soma das taxas e o consumo energético), ou seja, a EE depende dos valores de M, K, P , além de apresentar dependência com o tipo de precodificação/combinção escolhido. Dessa forma, pode-se obter uma superfície que modele o comportamento da EE em

função de variações nestes parâmetros. O objetivo deste trabalho é obter a configuração do sistema que garante a maximização da eficiência energética, ou seja, o ponto de máximo global desta superfície.

Aplicando as particularidades expostas para o caso do ZF, podemos simplificar a equação, de modo que a EE é expressa por:

$$EE = \frac{BK \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2(1 + \rho(M - K))}{C_0 + C_1K + C_2K^2 + C_3K^3 + D_0M + D_1MK + D_2MK^2 + AR_{total} + \frac{B\sigma^2\rho S_x}{\eta}K} \quad (3.45)$$

3.6 Conclusões Parciais

Neste capítulo, o enfoque foi apresentar o conceito de eficiência energética e a modelagem dos dois parâmetros essenciais para o seu cálculo: a taxa total de transmissão do sistema e a potência total dos circuito de transmissão e recepção. Foi apresentado o cenário considerado com todas suas definições, as derivações da taxa de ambos os enlaces, a modelagem do consumo energético, com todos os elementos considerados. Mostrou-se que a taxa de transmissão do sistema depende da largura de banda de operação, da SINR e da alocação de potência para cada usuário. Na modelagem de consumo energético, foi mostrado que o consumo do sistema pode ser modelado em função de parâmetros que mostram a dependência com o número de antenas na estação base e de usuários atendidos simultaneamente. Com isso, foi possível mostrar que a eficiência energética também é dependente destes parâmetros, além da apresentar relação com a potência de transmissão dos enlaces, com a taxa total do sistema e com o tipo a técnica de precodificação/cominação escolhida.

Por fim, foram apresentadas derivações para a taxa total de transmissão do sistema e consumo total de energia dos enlaces considerando as particularidades do *zero forcing* como técnica de precodificação/cominação. A modelagem aqui apresentada será utilizada nos próximos capítulos como base para as simulações computacionais, com o objetivo de obter superfícies que mostrem o comportamento da EE para variações conjuntas no número de usuários e de antenas na estação base e a configuração que garante a máxima eficiência energética.

Capítulo 4

Otimização da Eficiência Energética com uso do *Zero Forcing*

Este capítulo aborda as derivações analíticas do algoritmo de otimização da eficiência energética com uso do zero forcing e os resultados obtidos nas simulações computacionais.

4.1 Introdução

Conforme mencionado no capítulo anterior, o objetivo deste trabalho é encontrar a configuração (M, K, P) correspondente ao ponto de máximo global da superfície que modela o comportamento da eficiência energética em função da variação do número de antenas na estação base, de usuários atendidos simultaneamente e da potência de transmissão do sistema. Para encontrarmos este ponto ótimo, uma abordagem é a busca exaustiva, em que calcula-se a potência e a EE para cada par (M, K) , considerando as diferentes configurações possíveis em um intervalo de valores de M e K . Embora seja uma estratégia viável, este procedimento é computacionalmente complexo, exigindo uma quantidade de operações muito elevada, de modo que é interessante buscar um algoritmo de otimização da eficiência energética que seja mais eficiente e que possa ser aplicado em cenários em que o ambiente de propagação é sujeito a variações, a exemplo da mudança de posição dos usuários. As particularidades existentes para o caso do *zero forcing* nos permitem desenvolver um algoritmo de otimização para esta superfície, baseado em um processo iterativo a partir de expressões de ponto ótimo para cada uma das três variáveis (M, K, P) .

O objetivo deste capítulo é apresentar as derivações das expressões de otimização para cada um desses parâmetros e o algoritmo completo. Serão expostas as simulações computacionais tanto da obtenção da superfície de EE feita com a busca exaustiva com base na expressão encontrada no capítulo anterior, com seu respectivo ponto global, quanto do resultado obtido aplicando-se o algoritmo de otimização adotado neste trabalho e a análise da eficiência computacional deste. Os conceitos apresentados para as derivações foram baseados em [24] e o algoritmo exposto e utilizado para as simulações computacionais foi apresentado em [6] e [11].

4.2 Algoritmo de Otimização da Eficiência Energética com ZF

Inicialmente, recapitulemos a formulação da eficiência energética com uso do ZF feita no capítulo anterior. Conforme a Eq. (4.1), a EE é calculada da seguinte forma:

$$EE = \frac{BK \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2(1 + \rho(M - K))}{C_0 + C_1K + C_2K^2 + C_3K^3 + D_0M + D_1MK + D_2MK^2 + AR_{total} + \frac{B\sigma^2\rho S_x}{\eta}K}. \quad (4.1)$$

Analisando esta equação, é possível perceber a dependência da EE com os parâmetros (M, K, ρ) , em que ρ representa a SINR e é proporcional a potência de transmissão do sistema, além de influenciar a taxa total de transmissão. Como tanto a taxa quanto a potência estão relacionadas com a SINR (ρ), a abordagem adotada neste trabalho foi de realizar a otimização da potência do sistema por meio desta variável, de modo que o parâmetro de otimização se torna ρ , conforme mencionado acima. Desta forma, é desejável obter a superfície que modela o comportamento da EE diante de variações nesses parâmetros e, primordialmente, o ponto de máximo global desta superfície, ou seja, a configuração que garante a maximização da eficiência energética. O objetivo deste trabalho é sugerir que essa maximização ocorre para o caso do cenário MIMO massivo, em que o número de antenas na estação de base é na ordem de centenas e o número de usuários atendidos simultaneamente, na ordem de dezenas. Como a obtenção desta superfície pela busca exaustiva é um processo computacionalmente complexo, é desejável desenvolver um algoritmo de otimização que culmine no ponto ótimo de maneira mais eficiente.

Trata-se de uma otimização numérica, em que dois parâmetros são inteiros (M e K), e cujo objetivo é otimizar conjuntamente (M, K, ρ) de modo a obter o valor máximo de eficiência energética. Conforme será mostrado nas subseções 4.2.1 a 4.2.4, trata-se de uma superfície quase-côncava, cujas propriedades possibilitam encontrar expressões analíticas para este processo. Em [6] e [11], foi apresentada uma nova estratégia de otimização que, em vez de utilizar a abordagem clássica de considerar os três parâmetros em conjunto, busca-se reduzir a complexidade computacional envolvida neste processo sugerindo um algoritmo que faz uma otimização sequencial, mantendo duas das três variáveis fixas e utilizando expressões analíticas para otimizar cada um dos parâmetros de maneira separada.

Esta foi a estratégia adotada neste trabalho, cujo objetivo é utilizar as propriedades de superfícies quase-côncavas para encontrar expressões de pontos ótimos para cada um desses parâmetros de maneira isolada, ou seja, mantendo os outros dois parâmetros fixos. Em seguida, a partir de um ponto inicial, faz-se um processo iterativo de otimização sequencial até que a solução convirja. Os procedimentos adotados foram os seguintes:

1. Primeiramente deve-se encontrar expressões analíticas para a otimização de cada um dos três parâmetros (M, K, ρ) utilizando as propriedades de funções quase-côncavas e considerando os outros dois valores como fixos. Observe que, conforme apresentado no capítulo 3, como a potência de transmissão do enlace é diretamente proporcional a SINR, a estratégia adotada neste trabalho foi de realizar a otimização da potência com base no parâmetro ρ .

2. Em seguida, é preciso definir um ponto inicial, uma configuração (M, K, ρ) que sirva de ponto de partida para o processo iterativo;
3. O próximo passo é, utilizando o ponto inicial do passo (2), atualizar o valor do número de usuários (K) utilizando a expressão derivada no passo (1).
4. Com as possibilidades de valores de K encontrados no passo (3) e com o valor de ρ do ponto inicial definido no passo (2), deve-se usar a expressão encontrada para o número de antenas (M) no passo (1) e atualizar este número para o seu valor ótimo. Observe que para cada valor de K será obtido um valor de M correspondente;
5. O próximo passo é atualizar a SINR, obtendo um valor de ρ para cada combinação entre os valores de M e K encontrados nos dois processos anteriores, (3) e (4). Note que a quantidade de valores de ρ a serem obtidos será equivalente ao número combinações realizadas entre M e K ;
6. Em seguida, deve-se calcular a eficiência energética para todas os valores de (M, K, ρ) obtidos nos itens anteriores. Deve-se escolher o maior valor de EE dentre os encontrados. O novo ponto de partida será a tripla (M, K, ρ) que garantiu a máxima eficiência energética.
7. O processo deve ser repetido a partir do passo (3), utilizando como ponto inicial o obtido no passo (6), até que convirja. A convergência é obtida quando as grandezas M e K não se alteram de uma iteração para outra.

As próximas seções têm por objetivo mostrar as propriedades que servirão de base para encontrar as expressões de maximização das variáveis em análise e, posteriormente, derivar as equações para cada um dos três parâmetros.

4.2.1 Definições Preliminares

Para compreendermos melhor as derivações das expressões de maximização do número de antenas (M), de usuários (K) e da potência transmitida do enlace, representada pela SINR (ρ), é preciso introduzir dois conceitos importantes que servirão de base para as demonstrações: função *W Lambert* e os princípios de otimização convexa.

4.2.1.1 Função W Lambert

A função *W Lambert*, que será utilizada nas demonstrações a seguir, é identificada por $W(x)$ e definida como $x = W(x)e^{W(x)}$, $x \in \mathbb{C}$. Esta função *W Lambert* satisfaz $W(0) = 0$ e é crescente para $x \geq 0$. Além disso, com base em [25], os limites inferior e superior desta função são dados por:

$$\frac{xe}{\ln(x)} \leq e^{W(x)+1} \leq \frac{x}{\ln(x)}(1+e) \text{ para } x \geq e \quad (4.2)$$

$$\begin{cases} \text{Para } x \text{ pequeno, } e^{W(x)+1} \rightarrow e, \\ \text{Para } x \text{ grande, } e^{W(x)+1} \text{ escala quase linearmente com } x. \end{cases}$$

4.2.1.2 Otimização Convexa

Os conceitos aqui apresentados são definidos em [24].

Uma função é convexa se $\forall x, y \in \text{dom} f$ e θ com $0 \leq \theta \leq 1$, temos:

$$f(\theta x + (1 - \theta)y) \leq \theta f(x) + (1 - \theta)f(y), \quad (4.3)$$

ou seja, uma função é dita convexa se o segmento de reta entre $(x, f(x))$ e $(y, f(y))$ está acima do gráfico de f , conforme ilustra a Fig. 4.1. Uma função é côncava se $-f$ é convexa. Uma função é estritamente convexa se a inequação for válida $\forall x \neq y, 0 < \theta < 1$.

Uma função $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é denominada quase-convexa se seu domínio e todos os seus *sublevel sets* ($S_\alpha = \{x \in \text{dom} f | f(x) \leq \alpha\}$) $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ são convexos. A função é quase-côncava se $-f$ é quase-convexa, ou seja, cada *sublevel set* $\{x | f(x) \geq \alpha\}$ é convexo. Uma função que seja tanto quase-convexa quanto quase-côncava é chamada quase-linear. Se uma função é quase-linear, então seu domínio e cada *level set* $\{x | f(x) = \alpha\}$ é convexo. Um exemplo de função quase-linear é o logaritmo no \mathbb{R}_+ .

Uma otimização convexa é da forma: minimizar $f_0(x)$ sujeito a $f_i(x) \leq b_i$ $i = 1 \dots m$, em que $f_0 \dots f_m: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ são convexas, ou seja, satisfazem $f_i(\alpha x + \beta y) \leq \alpha f_i(x) + \beta f_i(y)$ $x, y \in \mathbb{R}^n$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}, \alpha + \beta = 1$.

O α -*sublevel set* de uma função $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é definido como $C_\alpha = \{x \in \text{dom} f | f(x) \leq \alpha\}$. Os *sublevel sets* de funções convexas são convexos para qualquer valor de α . Se f é côncava, seus α -*superlevel sets*, dados por $\{x \in \text{dom} f | f(x) \geq \alpha\}$ são convexos.



Figura 4.1: Ilustração de uma função convexa.

Consideremos o problema de otimização de uma função definida como:

$$\varphi(z) = \frac{g \log_2(a + bz)}{c + dz + h \log_2(a + bz)}. \quad (4.4)$$

Observe que pode-se expressar a EE neste formato, e que, como o objetivo é achar o ponto de máximo da eficiência energética, deseja-se que esta seja uma função quase-côncava (apresenta concavidade voltada para cima e, conseqüentemente, um ponto de máximo). Conforme [11] e as definições apresentadas anteriormente, para provarmos que $\varphi(z)$ é uma função quase-côncava, é preciso que seus *sublevel sets* ($S_\alpha = \{\varphi(z) \geq \alpha\}$) sejam convexos para todo $\alpha \in \mathbb{R}$. É possível mostrar que $\varphi(z) \leq \frac{g}{h}$, de modo que S_α é vazio para $\alpha > \frac{g}{h}$. No caso de $\alpha < \frac{g}{h}$, para garantir a convexidade dos *sublevel sets*, é preciso que a concavidade da função S_α esteja voltada para cima, ou seja, que a derivada segunda seja negativa para esse intervalo. Analisando

$$\frac{\partial^2 \varphi(z)}{\partial z^2} = \frac{(h\alpha - g)}{\ln(2)} \frac{b^2}{(a + bz)^2}, \quad (4.5)$$

pode-se mostrar que $\varphi(z) \leq \frac{g}{h}$ para $\alpha \leq \frac{g}{h}$, indicando que os *sublevel sets* são convexos para todo $\alpha \in \mathbb{R}$ e que a função $\varphi(z)$ é quase-côncava.

Deste modo, se existir um ponto z^{otm} em que $\varphi'(z^{otm}) = 0$, a quase-concavidade implica que z^{otm} é o máximo global e que a função é crescente para $z < z^{otm}$ e decrescente para $z > z^{otm}$, conforme ilustra a Fig. 4.2.

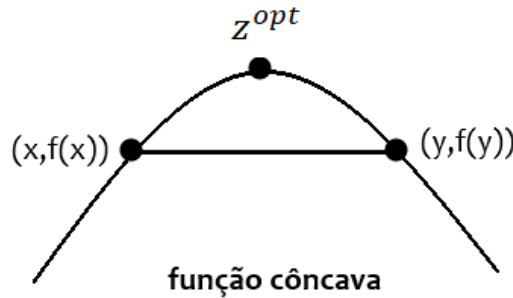


Figura 4.2: Ilustração de uma função côncava com o ponto de máximo global.

Para provar a existência de z^{otm} , analisando a condição $\varphi'(z) = 0$ e utilizando o conceito de função *W Lambert*, conforme demonstrado no Anexo I, têm-se que:

$$z^{otm} = \frac{e^{W(\frac{bc-ad}{de})+1} - a}{b} \quad (4.6)$$

Utilizemos agora estas derivações para encontrar expressões de otimização dos três parâmetros em análise: número de usuários (K), de antenas na estação base (M) e potência de transmissão do enlace, representado pela SINR (ρ).

4.2.2 Otimização do número de usuários

Conforme apresentado anteriormente, o primeiro parâmetro a ser atualizado no algoritmo de otimização é o número de usuários. Para isso, é preciso encontrar uma expressão analítica que permita calcular o valor de K que garanta a maximização da eficiência energética, considerando M e ρ fixos. As derivações aqui apresentadas foram baseadas em [11].

Para o estudo deste cenário, considera-se a potência total de transmissão do enlace como fixa, o que ocasiona uma SINR total definida e igual a $\rho^{total} = \rho K$, $\rho^{total} > 0$. Além disso, considera-se também que a razão entre o número de antenas na estação base e de usuário é mantido constante e igual a $\beta = \frac{M}{K}$, $\beta > 0$. Desse modo, a taxa bruta de transmissão de cada enlace é dada por:

$$\begin{aligned}\bar{R} &= B \log_2(1 + \rho(M - K)) \\ \bar{R} &= B \log_2 \left(1 + \rho K \left(\frac{M}{K} - 1 \right) \right) \\ \bar{R} &= B \log_2(1 + \rho^{total}(\beta - 1)),\end{aligned}\tag{4.7}$$

que é constante com relação a K .

Com base na Eq. (4.1), e supondo que os coeficientes da modelagem de potência (C_i, D_j, A , em que $i = 1 : 3, j = 1 : 2$) sejam não negativos e constantes, para dados ρ^{total} e β , a maximização da eficiência energética com relação a K é reduzida a maximizar, para $K \in \mathbb{Z}_+$, a função $\phi_{user}(K)$, em que:

$$\phi_{user}(K) = \frac{K \left(1 - \frac{\tau_{sum} K}{U} \right) \bar{R}}{\sum_{k=0}^3 C_k K^k + \sum_{j=0}^2 D_j \beta K^{j+1} + AK \left(1 - \frac{\tau_{sum} K}{U} \right) \bar{R} + \frac{B\sigma^2 S_x}{\eta} \rho^{total}}.\tag{4.8}$$

Com base nos conceitos apresentados anteriormente, o Anexo II mostra que ϕ_{user} é uma função quase-côncava, o que implica na existência de um ponto de máximo. Neste caso, mostra-se que o valor de K que garante a maximização da EE é dado pelas raízes do polinômio:

$$K^4 - \frac{U}{\tau_{sum}} K^3 - \mu_1 K^2 - 2\mu_0 K + \frac{U\mu_0}{\tau_{sum}} = 0,\tag{4.9}$$

em que,

$$\mu_1 = \frac{\frac{U}{\tau_{sum}}(C_2 + D_1\beta) + (C_1 + D_0\beta)}{C_3 + D_2\beta} \quad \text{e} \quad \mu_0 = \frac{C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}}{C_3 + D_2\beta}.\tag{4.10}$$

A Teoria de Algebra Linear, conforme [11], afirma que polinômios de quarta ordem apresentam exatamente quatro raízes, de modo que existirão quatro possíveis valores de K que satisfazem este polinômio, reforçando a ideia adotada no algoritmo de calcular a eficiência energética para cada

possibilidade de K e selecionar o valor que garantir a máxima EE. Além disso, dado que K é um valor inteiro, será preciso fazer o arredondamento das raízes do polinômio. Por fim, como será utilizado um *software* para realizar as simulações computacionais, não é necessário se preocupar com técnicas para encontrar raízes de polinômios de quarta ordem.

Para analisarmos como o parâmetro K^{otm} é influenciado pelos diferentes componentes da modelagem de consumo energético, consideremos o caso em que os consumos relativos a estimação do canal, precodificação e combinação são desprezíveis, de modo que $P_{EC} = P_{PC} = 0$. Este cenário possui certa relevância visto que estas potências são inversamente proporcionais a eficiência da estação base e dos dispositivos móveis, a qual apresenta uma tendência a aumentar significativamente em um futuro próximo, tornando desprezíveis esses consumos [11]. Neste caso, conforme demonstrado no Anexo II.2, o valor de K que garante a maximização da eficiência energética é dado por:

$$K = \mu \left(\sqrt{1 + \frac{U}{\tau_{sum} \bar{R}}} - 1 \right), \quad (4.11)$$

em que

$$\mu = \frac{C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}}{C_1 + D_0 \beta} = \frac{P_{FIX} + P_{SYN} + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}}{P_{UE} + \beta P_{BS}}. \quad (4.12)$$

Analisando esse resultado, é possível concluir que:

- K^{otm} é inversamente a P_{UE} , P_{BS} , termos estes que escalam com K e M , respectivamente.
- Por outro lado, K^{otm} é diretamente proporcional a $(P_{FIX} + P_{SYN})$, que são as potências fixas, à distribuição dos usuários ao redor da estação base (S_x), à potência do PA, proporcional a ρ e à variância do ruído (σ^2).
- Visto que, de acordo com a Eq. (3.39), S_x é diretamente proporcional a d_{max}^k , o número de usuários atendidos simultaneamente aumenta com o crescimento da área de cobertura.
- K^{otm} é independente dos termos que escalam com a taxa total de transmissão do sistema, visto que a expressão para K^{otm} é independente de A e, consequentemente, de P_{COD} , P_{DEC} e P_{BT} .

4.2.3 Otimização do número de antenas na estação base

No algoritmo de otimização da EE apresentado, o segundo parâmetro a ser atualizado é o número de antenas na estação base. Para isso, novamente é preciso encontrar uma expressão analítica que permita calcular o valor de M que garanta a maximização da eficiência energética, considerando K e ρ fixos. É interessante lembrar que, no caso do ZF, existe uma restrição de que $M \geq K + 1$. De maneira semelhante ao caso anterior, as derivações aqui apresentadas foram baseadas em [11].

Com base na Eq. (4.1), e reorganizando-a de modo a expressar a dependência com o parâmetro em análise (M), o problema da otimização da EE se reduz a maximizar $\phi_{base}(M)$ com relação a M , em que:

$$\phi_{base}(M) = \frac{B \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2((1 - \rho K) + \rho M)}{\left(\frac{\sum_{i=0}^3 C_i K^i}{K} + \frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta}\right) + \left(\frac{\sum_{j=0}^2 D_j K^j}{K}\right) M + AB \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2((1 - \rho K) + \rho M)} \quad (4.13)$$

Analisando $\phi_{base}(M)$, é possível perceber uma analogia com a função $\varphi(z)$ apresentada anteriormente, de modo que o valor ótimo de M pode ser obtido com base em z^{otm} . O Anexo III.1 apresenta as demonstrações que mostram que:

$$M^{otm} = \frac{e^{w \left(\frac{\rho \left(C' + \frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta} \right)}{D'e} + \frac{\rho K - 1}{e} \right) + 1} + (\rho K - 1)}{\rho}, \quad (4.14)$$

em que: $C' = \frac{\sum_{i=0}^3 C_i K^i}{K}$ e $D' = \frac{\sum_{j=0}^2 D_j K^j}{K}$.

Com base neste resultado, é possível concluir que:

- M^{otm} , assim como K^{otm} , é independente dos termos que escalam com a taxa total de transmissão do sistema, visto que a expressão para M^{otm} é independente de A e, consequentemente, de P_{COD} , P_{DEC} e P_{BT} .
- Aplicando o limite superior expresso na Eq. (4.2), sabemos que $e^{W(x)+1}$ escala linearmente com x para valores grandes de x . Desse modo, sendo $x = \frac{\rho \left(C' + \frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta} \right)}{D'e} + \frac{\rho K - 1}{e}$, pode-se dizer que

- M^{otm} é diretamente proporcional às potências fixas (P_{FIX} , P_{SYN}) e a potência dos circuitos dos dispositivos dos usuários (P_{UE}), em que ambos estão inclusos no termo C' ;
- M^{otm} é inversamente proporcional a potência dos circuitos da estação base, P_{BS} , que está inclusa no termo D' .

Para encontrarmos o limite inferior de M^{otm} , podemos aplicar o limite expresso na Eq. (4.2). Com base nas demonstrações do Anexo III.2, mostra-se que:

$$M^{otm} \geq K - \frac{1}{\rho} + \frac{\frac{B\sigma^2 S_x}{\eta D'} \rho + \frac{C'}{D'} + K - \frac{1}{\rho}}{\ln(\rho) + \ln \left(\frac{B\sigma^2 S_x}{\eta D'} + \frac{C'}{D'} + K - \frac{1}{\rho} \right) - 1}. \quad (4.15)$$

No limite de $\rho \rightarrow \infty$, o Anexo III.3 mostra que:

$$M^{otm} = \frac{B\sigma^2 S_x}{2\eta D'} \frac{\rho}{\ln(\rho)} \quad (4.16)$$

Com base nesta expressão, é possível observar que M^{otm} escala linearmente com S_x , de modo que, assim como K^{otm} , o número de antenas na estação base aumenta com o crescimento da área de cobertura.

4.2.4 Otimização da potência de transmissão do enlace

Por fim, o último parâmetro a ser atualizado no algoritmo de otimização é a potência de transmissão do enlace, representada pela SINR (ρ). Para isso, conforme feito para K e M , é preciso encontrar uma expressão analítica que permita calcular o valor de ρ^{otm} , valor este que garante a maximização da EE, considerando K e M fixos. De maneira semelhante aos casos anteriores, as derivações aqui apresentadas foram baseadas em [11].

Com base na Eq. (4.1), e reorganizando-a de modo a expressar a dependência com o parâmetro em análise (ρ), o problema da otimização da EE se reduz a maximizar $\phi_{\text{SINR}}(\rho)$ com relação a ρ , em que:

$$\phi_{\text{SINR}}(\rho) = \frac{B \left(1 - \frac{\tau_{sum} K}{U}\right) \log_2(1 + \rho(M - K))}{\left(\frac{\sum_{i=0}^3 C_i K^i + \sum_{j=0}^2 D_j M K^j}{K} \right) + \frac{B\sigma^2 S_x}{\eta} \rho + AB \left(1 - \frac{\tau_{sum} K}{U}\right) \log_2(1 + \rho(M - K))}. \quad (4.17)$$

Analisando $\phi_{\text{SINR}}(\rho)$, de maneira semelhante a $\phi_{base}(M)$, é possível perceber uma analogia com a função $\varphi(z)$ apresentada anteriormente, de modo que o valor ótimo de ρ pode ser obtido com base em z^{otm} . O Anexo IV.1 apresenta as demonstrações que mostram que:

$$\rho^{otm} = \frac{e^{W\left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} \frac{(M - K)(C' + MD')}{e} - \frac{1}{e}\right) + 1} - 1}{M - K}, \quad (4.18)$$

em que: $C' = \frac{\sum_{i=0}^3 C_i K^i}{K}$ e $D' = \frac{\sum_{j=0}^2 D_j K^j}{K}$.

Com base neste resultado, é possível concluir que:

- ρ^{otm} , assim como M^{otm} e K^{otm} , é independente dos termos que escalam com a taxa total de transmissão do sistema, visto que a expressão para M^{otm} é independente de A e, consequentemente, de P_{COD} , P_{DEC} e P_{BT} .

- Aplicando o limite superior expresso na Eq. (4.2), sabemos que $e^{W(x)+1}$ escala linearmente com x para valores grandes de x . Desse modo, sendo $x = \frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} \frac{(M-K)(C' + MD')}{e} - \frac{1}{e}$, pode-se dizer que

– ρ^{otm} é diretamente proporcional a C' e D' , ou seja, às potências fixas ($P_{\text{FIX}}, P_{\text{SYN}}$), a potência dos circuitos dos dispositivos dos usuários e da estação base (P_{UE} e P_{BS});

Para encontrarmos o limite inferior de ρ^{otm} , podemos aplicar o limite expresso na Eq. (4.2). Com base nas demonstrações do Anexo IV.2, mostra-se que:

$$\rho^{otm} \geq \frac{\left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x}\right)(C' + MD') - \frac{\ln\left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x}(M-K)(C + MD') - 1\right)}{M-K}}{\ln\left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x}(M-K)(C + MD') - 1\right) - 1}. \quad (4.19)$$

No limite de $M \rightarrow \infty$, o Anexo IV.3 mostra que:

$$\rho^{otm} = \frac{\eta D'}{2B\sigma^2 S_x} \frac{M}{\ln(M)}. \quad (4.20)$$

Com base nesta expressão, é possível observar que ρ^{otm} aumenta aproximadamente com $\frac{M}{\ln(M)}$, que é uma relação quase linear. Para explicarmos este resultado, sabe-se que a potência do sistema cresce com M , de modo que é possível aumentar a potência transmitida a medida que se acrescenta mais antenas na estação base. Embora a potência total do sistema aumente com M , a potência de transmissão por antena decai com $\frac{1}{\ln(M)}$, mostrando a redução de potência das cadeias de RF que alimentam as antenas da estação base, resultado este que é uma das características do cenário MIMO Massivo (redução da potência das cadeias de RF das antenas, o que viabiliza a substituição de transceptores com alto consumo por outros menores, com um consumo significativamente menor).

4.3 Algoritmo de Otimização

Primeiramente, para a obtenção da superfície de eficiência energética com uso do ZF, os procedimentos adotados, que foram baseados em [6] e [11] estão expostos no Algoritmo 1 apresentado a seguir. A ideia envolvida é, para cada combinação de (M, K) dentro de um determinado intervalo de valores, seja calculada a SINR ótima para este caso utilizando a Eq. (4.18) derivada anteriormente e, em seguida, a eficiência energética com base na Eq. (4.1), obtendo assim os pontos da superfície que modela o comportamento da EE neste cenário para diferentes combinações de M e K .

Algoritmo 1: ALGORITMO DE OBTENÇÃO DA SUPERFÍCIE DE EE COM ZF

Entrada: Parâmetros de Simulação, C_i, D_j, A, S_x

Saída: Ponto de máximo global da EE com sua configuração $(M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm})$

```
1 início
2   para  $M = 1 : 220$  faça
3     para  $K = 1 : 150$  faça
4       para  $M \geq K + 1$  faça
5         Calcular a SINR ótima com base na Eq. (4.18);
6         Calcular a EE com a Eq. (4.1) e utilizando  $(M, K, \rho^{otm})$ ;
7       fim
8       para  $M < K + 1$  faça
9         EE = 0.
10      fim
11      Plotar os valores obtidos com o intuito de fornecer uma superfície de EE.
12      Comparar os valores encontrados para as diferentes combinações e sinalizar no
        gráfico a configuração que garantiu a máxima EE.
13    fim
14  fim
15 fim
16 retorna Superfície de EE,  $M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm}$ 
```

Com o intuito de reduzir a complexidade computacional envolvida na busca do ponto de máxima eficiência energética, conforme mencionado anteriormente, em [6] e [11] é apresentado um algoritmo de otimização da EE com uso do ZF, que substitui a usual técnica de otimização conjunta das três variáveis por uma busca sequencial, em que dois dos parâmetros são mantidos fixos e o ponto ótimo da terceira variável é encontrada com as formulações analíticas apresentadas na seção anterior. Os procedimentos adotados neste processo de otimização estão apresentados no Algoritmo 2.

A ideia envolvida é, partindo de um ponto inicial, utilizar a Eq. (4.9) para encontrar as 4 raízes de K que satisfazem a equação. Em seguida, calcula-se a eficiência energética para este valor e seleciona-se o K que forneceu a maior EE. Com este valor de K e utilizando a Eq. (4.14), encontra-se M^{otm} para maximizar a EE. Para encontrar ρ^{otm} são utilizadas combinações entre os dois valores mais próximos de K e M encontrados anteriormente, ou seja, o maior e menor inteiro próximos a estes valores. Com cada uma das combinações possíveis entre estes resultados, é calculado o ρ^{otm} e, em seguida, a eficiência energética. A tripla selecionada é aquela que fornecer a maior EE. Este será o novo ponto de partida para o processo iterativo. A convergência é obtida quando M e K não se alteram de uma iteração para outra. Estes passos estão detalhados no Algoritmo 2 apresentado a seguir.

Algoritmo 2: ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DA EE COM ZF SUGERIDO EM [6] E [11]

Entrada: Parâmetros de Simulação, C_i, D_j, A, S_x

Saída: Ponto de máximo global da EE com sua configuração $(M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm})$

```
1 início
2   Definição do ponto inicial, no caso:  $(M, K, \rho) = (3, 1, 1)$ ;
3   Calcular a EE para esse valor inicial de acordo com a Eq. (4.1);
4   enquanto  $M(i+1) - M(i) > 1$  e  $K(i+1) - K(i) > 0$  faça
5       para Atualizar o valor de  $K$  faça
6           Calcular  $\rho^{total}, \beta, \bar{R}, \mu_0, \mu_1$  com base nas equações apresentadas na seção
              anterior;
7           Calcular as quatro raízes do polinômio expresso na Eq. (4.9);
8           Selecionar as raízes que atendem a condição:  $K > 0$ ;
9           Calcular a EE para cada raiz encontrada acima com base na Eq. (4.1);
10          Selecionar o valor de  $K^{otm}$  que garante a maximização da EE;
11      fim
12      para Atualizar o valor de  $M$  faça
13          Calcular os coeficiente  $C'$  e  $D'$  com as equações apresentadas e usando  $K^{otm}$ 
              encontrado acima;
14          Calcular  $M^{otm}$  conforme Eq. (4.14);
15      fim
16      para Atualizar o valor de  $\rho$  faça
17          Seja floor arredondamento para baixo e ceil para cima, considera-se as
              seguintes combinações:
18
              
$$\begin{bmatrix} floor(M^{otm}), floor(K^{otm}) \\ floor(M^{otm}), ceil(K^{otm}) \\ ceil(M^{otm}), floor(K^{otm}) \\ ceil(M^{otm}), ceil(K^{otm}) \end{bmatrix}$$

19          para cada combinação expressa acima faça
20              Calcular  $\rho^{otm}$  com base na Eq. (4.18) e a EE com a Eq. (4.1).
21          fim
22          Comparar os valores encontrados e selecionar os pontos que garantiram a
              máxima EE  $(M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm})$ ;
23      fim
24      O novo ponto de partida será  $(M(i+1), K(i+1), \rho(i+1)) = (M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm})$ .
25 fim
26 retorna  $M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm}$ 
```

Utilizando estes procedimentos expostos nos Algoritmos 1 e 2, em [6], com uma modelagem de consumo energético muito semelhante a utilizada neste trabalho, o algoritmo de otimização

não convergiu para o ponto ótimo. As diferenças identificadas nas modelagens foram: não foi feita a separação entre enlace direto e reverso, sendo que o estudo foi feito apenas no enlace reverso, o consumo dos processos de codificação e decodificação são considerados independentes da taxa de transmissão total do sistema, de modo que escalam apenas com o número de usuários atendidos simultaneamente, não se considera o consumo de potência do *backhaul*, para os processos de estimação do canal temos a parcela referente apenas ao enlace reverso na modelagem e para a precodificação/cominação considera-se o uso da técnica de inversão matricial baseada em LU. Todas essas formulações foram apresentadas no capítulo 3. A Fig. 4.3 ilustra os resultados obtidos, em que é possível perceber que a convergência do algoritmo foi para um ponto subótimo.

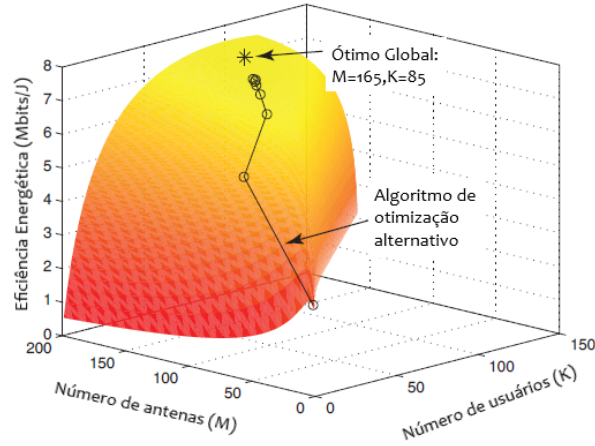


Figura 4.3: Superfície de EE com uso do ZF e algoritmo de otimização alternativo. Adaptado de [6].

Motivada por este resultado, ou seja, pela convergência do algoritmo para um ponto subótimo, este trabalho propõe um novo algoritmo de otimização, cujo objetivo é fazer uma busca mais extensiva pela região próxima dos valores de K que satisfazem a Eq. (4.9). Para isso, em vez de selecionar o valor de K que garante a máxima eficiência energética antes de iniciar a otimização da variável M , serão selecionados valores próximos das raízes que são soluções da Eq. (4.9), por exemplo, $K - 1$ e $K + 1$, e para cada um destes valores será calculado o respectivo M^{otm} . Posteriormente, utilizando as derivações apresentadas na seção anterior, será calculado o valor de ρ^{otm} para cada uma das combinações entre os valores de K e seus respectivos M e, em seguida, a eficiência energética para cada caso. Por fim, seleciona-se a tripla (M, K, ρ) que garantiu a maximização da eficiência energética. Os procedimentos adotados nesta nova abordagem estão apresentados no Algoritmo 3 mostrado a seguir.

Algoritmo 3: ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DA EE COM ZF PROPOSTO NESTE TRABALHO

Entrada: Parâmetros de Simulação, C_i, D_j, A, S_x

Saída: Ponto de máximo global da EE com sua configuração $(M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm})$

1 **início**

2 Definição do ponto inicial, no caso: $(M, K, \rho) = (3, 1, 1)$;

3 Calcular a EE para esse valor inicial de acordo com a Eq. (4.1);

4 **enquanto** $M(i+1) - M(i) > 1$ e $K(i+1) - K(i) > 0$ **faça**

5 **para** Gerar as possibilidades de valores de K **faça**

6 Calcular $\rho^{total}, \beta, \bar{R}, \mu_0, \mu_1$ com base na subseção 4.2.2;

7 Calcular as 4 raízes do polinômio expresso na Eq. (4.9), fazer o arredondamento para baixo e selecionar àquelas em que $K > 0$;

8 Fazer uma matriz com os valores da região próxima destas raízes. Sejam K_1, K_2, K_3, K_4 as raízes encontradas, temos:

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} K_1 - 1 & K_1 & K_1 + 1 \\ K_2 - 1 & K_2 & K_2 + 1 \\ K_3 - 1 & K_3 & K_3 + 1 \\ K_4 - 1 & K_4 & K_4 + 1 \end{bmatrix};$$

9 **fim**

10 **para** Gerar as possibilidade de valores de M **faça**

11 Calcular todas as possibilidades de M^{otm} com base na Eq. (4.14) e usando a matriz \mathbf{K}_p encontrada acima. São ao todo 12 possibilidades de M^{otm} ;

12 **fim**

13 **para** $i = 1 : 4$ **faça**

14 Gerar as combinações possíveis entre M e K . Sejam (M_{i1}, M_{i2}, M_{i3}) os valores de M obtidos, respectivamente, com $(K_i - 1, K_i, K_i + 1)$, as combinações a serem realizadas são:

$$\mathbf{Combinações(i)} = \begin{bmatrix} (K_i - 1, M_{i1}) & (K_i - 1, M_{i2}) & (K_i - 1, M_{i3}) \\ (K_i, M_{i1}) & (K_i, M_{i2}) & (K_i, M_{i3}) \\ (K_i + 1, M_{i1}) & (K_i + 1, M_{i2}) & (K_i + 1, M_{i3}) \end{bmatrix}.$$

15 **fim**

16 Ao todo, têm-se 36 combinações possíveis.

17 **para** $j = 1 : 36$, ou seja, para cada combinação acima **faça**

18 Calcular $\rho(j)^{otm}$ com base na Eq. (4.18) e na matriz $\mathbf{Combinações}$.

19 Calcular $EE(j)$ conforme a Eq. (4.1).

20 **fim**

21 Comparar os valores de EE obtidos acima e selecionar os pontos que geraram a máxima EE $(M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm})$;

22 O novo ponto de partida será $(M(i+1), K(i+1), \rho(i+1)) = (M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm})$.

23 **fim**

24 **fim**

25 **retorna** $M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm}$

Utilizando esta nova abordagem, e a tabela de parâmetros de simulação disponibilizada em [6], o algoritmo convergiu para um ponto mais próximo do máximo global, que é caracterizado por $(M^{otm} = 163, K^{otm} = 83, EE^{otm} = 7,52)$, porém ainda subótimo. O resultado obtido foi: $(M = 166, K = 85, EE = 7,53)$, com uma convergência em 6 iterações. Este resultado encontrado, ou seja, a convergência para um ponto ainda subótimo, motivou a realização de testes alterando a abrangência da região de busca próxima das raízes oriundas da Eq. (4.9) selecionando, por exemplo, as possibilidades $(K - 2, K - 1, K, K + 1, K + 2)$, gerando assim mais combinações possíveis com os valores de M e K . Os resultados obtidos com estas alterações estão condensados na Tabela 4.1. As simulações computacionais foram realizadas utilizando o *software* Matlab.

Tabela 4.1: Resultados da simulação

Abrangência da região de busca	Número de combinações resultantes	M^{otm}	K^{otm}	EE^{otm}	Número de iterações para convergência
$K - 1$ a $K + 1$	36	166	85	7,53	6
$K - 2$ a $K + 2$	100	166	85	7,53	7
$K - 3$ a $K + 3$	196	166	85	7,53	7
$K - 4$ a $K + 4$	324	163	83	7,52	5

Observe que, para buscas englobando de 2 a 6 números próximos das raízes encontradas, os resultados obtidos não se alteraram, porém, com uma maior abrangência, englobando os 8 inteiros mais próximos foi possível atingir o ponto de máximo global em 5 iterações. A desvantagem deste método é o aumento da complexidade computacional, visto que o número de combinações possíveis entre M e K aumenta com a ampliação da abrangência da região de busca. A Fig. 4.4 ilustra o resultado obtido com a busca de $K - 4$ a $K + 4$, em que o algoritmo de otimização converge para o ponto ótimo.

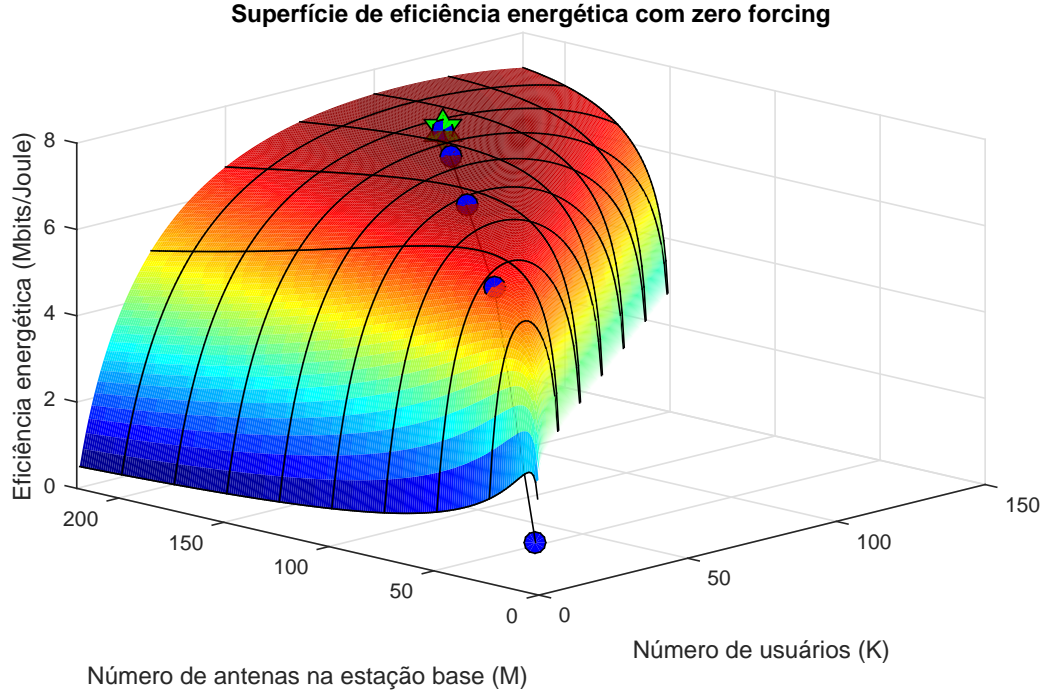


Figura 4.4: Superfície da eficiência energética com uso do ZF com os resultados do algoritmo de otimização sobrepostos utilizando a modelagem de [6].

4.4 Resultados obtidos com as Simulações Computacionais

Em [11], utilizando uma nova modelagem de consumo energético, a qual foi adotada neste trabalho e exposta no capítulo 3, com os mesmos procedimentos do Algoritmo 2, os resultados obtidos mostraram que o algoritmo de otimização atingiu o ponto de máximo global em 7 iterações, em que a configuração deste ponto de máximo é dada por: $M = 165$, $K = 104$, com uma SINR = 17,27 dB e EE = 30,74 Mbits/J. Com o objetivo de verificar se o novo algoritmo proposto neste trabalho apresenta alguma vantagem se utilizado com esta nova modelagem de consumo energético, foi realizada uma nova simulação computacional utilizando os procedimentos expostos no Algoritmo 3 e esta nova modelagem de consumo energético, com o intuito de fazer uma comparação da eficiência desta metodologia proposta e da complexidade computacional envolvida, se comparados ao algoritmo proposto em [11]. De maneira semelhante ao caso anterior, foram realizados testes alterando a abrangência da região de busca do código. Os parâmetros utilizados para esta simulação estão ilustrados na Tabela 4.2 e os resultados obtidos com a variação da região de busca estão condensados na Tabela 4.3.

Tabela 4.2: Parâmetros de simulação

Parâmetro	Símbolo	Valor
Raio da célula	d_{max}	250 m
Distância mínima	d_{min}	35 m
Modelo de desvanecimento de larga escala	$l(x)$	$\frac{10^{-3,53}}{ x ^{3,76}}$
Largura de banda de transmissão	B	20 MHz
Largura de banda de coerência do canal	B_c	180 kHz
Tempo de coerência do canal	T_c	10 ms
Símbolos no bloco de coerência	U	1800 símbolos
Potência total do ruído	$B\sigma^2$	-96 dBm
Comprimento relativo dos pilotos	τ_{ul}, τ_{dl}	1
Eficiência computacional na BS	L_{BS}	12,8 Gflops/W
Eficiência computacional dos usuários	L_{UE}	5 Gflops/W
Fração da transmissão destinado ao enlace reverso e direto	ζ^{dl} e ζ^{ul}	0,6 e 0,4
Eficiência do PA na BS e dos usuários	η^{dl} e η^{ul}	0,39 e 0,3
Potência fixa da BS	P_{FIX}	18 W
Potência do oscilador da BS	P_{SYN}	2 W
Potência dos circuitos da BS	P_{BS}	1 W
Potência dos circuitos dos usuários	P_{UE}	0,1 W
Potência requerida para a codificação dos dados	P_{COD}	0,1 W/Gbps
Potência requerida para a decodificação dos dados	P_{DEC}	0,8 W/Gbps
Potência do <i>backhaul</i> que escala com o tráfego	P_{BT}	0,25 W/Gbps

Tabela 4.3: Resultados da simulação computacional

Abrangência da região de busca	Número de combinações resultantes	M^{otm}	K^{otm}	EE^{otm}	Número de iterações para convergência
$K - 1$ a $K + 1$	36	165	104	30,74	5
$K - 2$ a $K + 2$	100	165	104	30,74	5
$K - 3$ a $K + 3$	196	165	104	30,74	3
$K - 4$ a $K + 4$	324	165	104	30,74	2

Observe que, para todos os casos, o ponto de máximo global da superfície foi atingido, em que ($M = 165, K = 104, EE = 30,74$ Mbits/J), variando apenas o número de iterações para a convergência. Além disso, note que com uma busca englobando 8 valores próximos das raízes provenientes da Eq. (4.9) esta convergência foi obtida com apenas 2 iterações. A Fig. 4.5 mostra os resultados da simulação computacional realizada com uma abrangência de dois valores próximos das raízes de K , cuja convergência é obtida com 5 iterações.

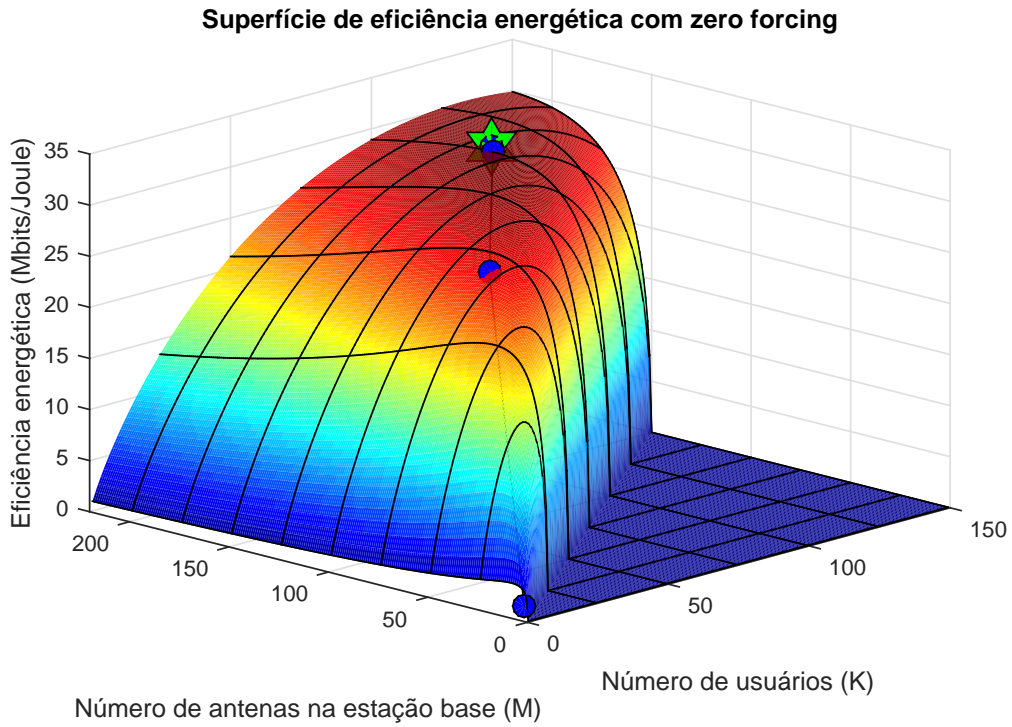


Figura 4.5: Superfície da eficiência energética com uso do ZF com os resultados do algoritmo de otimização sobrepostos.

A configuração que garantiu a máxima eficiência energética foi $M = 165$, $K = 104$, com uma SINR = 17,27 dB, cenário este que é claramente característico do MIMO massivo. A EE do ponto de máximo global foi 30,74 Mbits/J. A taxa total de transmissão do sistema foi de 10,60 Gbps, sendo 4,24 Gbps para o enlace direto, o que representa uma taxa de 40,77 Mbps para cada usuário e 6,36 Gbps para o enlace reverso, representando 61,15 Mbps para cada usuário. A potência total

de transmissão do sistema, englobando ambos os enlaces foi de 345 W. As potências individuais de cada componente da modelagem de consumo energético estão ilustrados na Tabela 4.4. Note que este valor de eficiência energética é bem significativo, mostrando que é possível transmitir com uma taxa total do sistema $37,74 \times 10^6$ vezes superior a quantidade total de potência requerida em ambos os enlaces, atendendo a 104 usuários simultaneamente com 165 antenas na estação base. Este elevado valor de EE é possível graças a eliminação da ISI garantida pelo uso do ZF. É interessante observar, no entanto, que não foi imposta nenhuma restrição com relação a capacidade do sistema em adquirir CSI para uma quantidade tão elevada de usuários, logo, em um cenário real, a quantidade de usuários atendidos para alcançar essa eficiência energética pode ser reduzido significativamente.

Tabela 4.4: Potências de cada elemento da modelagem na simulação computacional

Elemento da modelagem	Potência (W)
<i>Backhaul</i>	2,65
Fixo	20
Circuitos dos usuários	10,4
Circuitos da estação base	165
Codificação/decodificação	9,54
Estimação do canal	3,20
Precodificação/cominação	52,4
Amplificador de potência	81,75

Observando a superfície obtida, é possível ver que se trata de uma região côncava e suave, de modo que existem diversas configurações que conseguem atingir valores de EE subótimos, mostrando que o sistema é robusto a pequenas variações nos parâmetros da modelagem de consumo energético. Para evidenciarmos a vantagem do algoritmo de otimização, que se reflete em sua eficiência computacional, a quantidade de operações realizadas para obtenção da superfície pela busca extensiva foi na ordem de 6×10^4 (cerca de 65.000 operações). Já com uso do algoritmo de otimização, com convergência em 5 iterações, esse valor reduziu para uma ordem de 6×10^2 (cerca de 600 operações), uma redução de aproximadamente 100 vezes.

4.5 Conclusões Parciais

Neste capítulo, o enfoque foi apresentar o algoritmo de otimização desenvolvido para encontrar a configuração (M, K, ρ) que garante a maximização da eficiência energética com uso do *zero forcing* como técnica de precodificação/cominação. Foram apresentados os conceitos de otimização convexa, quase-concavidade e da existência de um ponto de máximo nas superfícies que apresentam este comportamento. Apresentou-se as derivações das expressões de K^{otm} , M^{otm} , ρ^{otm} com base em $\phi_{usuario}(K)$, $\phi_{base}(M)$, $\phi_{SINR}(\rho)$, respectivamente, e mantendo os outros dois parâmetros fixos. Além disso, foi feito um estudo sobre o comportamento destas variáveis e seus limites, destacando a independência com os fatores da modelagem de consumo energético que escalam com a taxa

$(P_{\text{DEC}}, P_{\text{COD}}, P_{\text{BH}})$ e a proporcionalidade com as potências fixas $(P_{\text{FIX}}, P_{\text{SYN}})$ e com as potências dos circuitos da estação base (P_{BS}) e dos usuários (P_{UE}) .

Com base nas simulações computacionais, mostrou-se que o ponto de máximo global da superfície de EE é obtido para um cenário MIMO massivo, com $M = 165$, $K = 104$ e a EE máxima com uso do ZF de $EE = 30,7 \text{ Mbits/J}$. Além disso, o algoritmo de otimização proposto neste trabalho, que utiliza a abordagem de otimização sequencial, convergiu para o ponto ótimo em 5 iterações, uma redução de 2 iterações se comparado ao resultado apresentado em [11] e representando uma redução do número de operações necessárias para obtenção do ponto de máximo em duas ordens de grandeza. Além disso, mostrou-se que é possível atingir a convergência em 2 iterações, utilizando uma maior região de abrangência no processo de busca das raízes de K .

No próximo capítulo será apresentada a superfície para o caso do uso do MRT/MRC, cuja análise será feita adotando uma metodologia diferente. Além disso, serão apresentadas as comparações das duas técnicas de precodificação/combinção com relação a SINR, potência, taxa e EE.

Capítulo 5

Otimização da Eficiência Energética com uso do MRT/MRC e Comparações com ZF

Este capítulo aborda os resultados obtidos com as simulações computacionais via Monte Carlo com uso de MRT/MRC e as comparações com o caso do ZF nos quesitos de complexidade, EE, taxa, potência e SINR.

5.1 Introdução

O capítulo 4 apresentou um algoritmo de otimização da EE com uso da técnica de precodificação *zero forcing*, que reduziu em duas ordens de grandeza a complexidade do processo de busca da configuração (M, K, ρ) que garante a máxima eficiência energética. Esta abordagem foi possível devido a propriedades advindas da técnica ZF, cujo objetivo é eliminar a interferência entre usuários, que viabilizam encontrar uma formulação analítica para a taxa total de transmissão do sistema e para a potência total do enlace. No caso do MRT/MRC, como o objetivo é maximizar a SNR do sinal recebido ou transmitido, a complexidade envolvida em encontrar uma expressão analítica para a solução deste parâmetro (SNR) e, consequentemente, para a taxa e para a potência de transmissão do sistema é elevada, tornando não atrativa a elaboração de um algoritmo de otimização da EE, como foi feito para o ZF. Neste cenário, é preciso recorrer a técnica de simulações Monte Carlo, em que são gerados cenários aleatórios massivamente com o intuito de verificar o comportamento médio do sistema em análise. Esta técnica é muito utilizada para obter aproximações numéricas de funções complexas em que encontrar uma solução analítica é inviável.

O objetivo deste capítulo é apresentar os procedimentos realizados e resultados obtidos com as simulações computacionais via Monte Carlo para o MRT/MRC, assim como o ponto de máximo global da EE, com sua respectiva configuração $(M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm})$. Além disso, serão apresentadas as comparações dos resultados obtidos com o ZF e com o MRT/MRC no quesito complexidade computacional, e comportamento da EE, SINR, da potência total e por antena e da vazão por

unidade de área (razão entre a taxa de transmissão e a área de cobertura) para diferentes valores de antena na estação base, assim como o ponto de máximo global obtido em cada cenário. Por fim, serão apresentados gráficos para mostrar a validade da técnica de alocação de potência apresentada no capítulo 3, evidenciando que de fato a distribuição da taxa entre os usuários é uniforme, conforme era desejado. Os procedimentos utilizados nas simulações computacionais e os conhecimentos apresentados neste capítulo foram baseados em [11].

5.2 Procedimentos para obtenção da superfície de EE via simulação Monte Carlo com MRT/MRC

Conforme mencionado anteriormente, dada a complexidade existente em encontrar uma expressão analítica para a relação sinal ruído com uso do MRT/MRC, a elaboração de um algoritmo de otimização torna-se inviável, sendo necessário recorrer às simulações Monte Carlo para obtenção da superfície de eficiência energética e de seu ponto de máximo global. Neste caso, para cada combinação de M e K são gerados vários cenários aleatoriamente, mais especificamente, várias realizações de canal de comunicação e, para cada cenário, o parâmetro em análise (no caso a eficiência energética) é calculado. Para efetuar o cálculo da EE são utilizadas as expressões derivadas no capítulo 3, em sua formulação mais geral. Ao final dos procedimentos, calcula-se a média dos valores obtidos para cada realização de canal, com intuito de observar o comportamento aproximado do sistema.

Para melhor compreendermos os procedimentos de obtenção desta superfície, relembremos a formulação geral da eficiência energética. Com base na Eq. (3.44), temos:

$$EE = \frac{\sum_{k=1}^K \mathbb{E}\{R_k^{ul} + R_k^{dl}\}}{C_0 + C_1K + C_2K^2 + C_3K^3 + D_0M + D_1MK + D_2MK^2 + AR_{total} + P_{TX-total}}, \quad (5.1)$$

em que as taxas de transmissão para cada usuário nos dois enlaces dependem da potência de cada usuário (representada por P_k) e das matrizes de precodificação e combinação. Estas taxas são calculadas por:

$$\begin{aligned} R_k^{ul} &= B\zeta^{ul} \left(1 - \frac{\tau^{ul}K}{U\zeta^{ul}}\right) \log_2 \left(1 + \frac{P_k^{ul} |\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_k|^2}{\sum_{l=1, l \neq k}^K P_l^{ul} |\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_l|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{g}_k\|^2}\right); \\ R_k^{dl} &= B\zeta^{dl} \left(1 - \frac{\tau^{dl}K}{U\zeta^{dl}}\right) \log_2 \left(1 + \frac{P_k^{dl} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k|^2}{\|\mathbf{v}_k\|^2}}{\sum_{l=1, l \neq k}^K P_l^{dl} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{g}_l|^2}{\|\mathbf{v}_l\|^2} + \sigma^2}\right); \end{aligned} \quad (5.2)$$

O outro parâmetro necessário para o cálculo da EE é a potência de transmissão para cada usuário nos enlaces direto e reverso, que depende da matriz de alocação de potência (representada por \mathbf{D}) e é dada por:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}^{ul} &= \sigma^2 (\mathbf{D}^{ul})^{-1} \mathbf{1}_K; \\ \mathbf{P}^{dl} &= \sigma^2 (\mathbf{D}^{dl})^{-1} \mathbf{1}_K;\end{aligned}\tag{5.3}$$

em que as matrizes de alocação de potência são:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_{k,l}^{ul} &= \begin{cases} \frac{|\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_k|^2}{\left(2^{\frac{R}{B}} - 1\right) \|\mathbf{g}_k\|^2} & \text{para } k = l \\ -\frac{|\mathbf{g}_k^H \mathbf{h}_l|^2}{\|\mathbf{g}_k\|^2} & \text{para } k \neq l; \end{cases} \\ \mathbf{D}_{k,l}^{dl} &= \begin{cases} \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_k|^2}{\left(2^{\frac{R}{B}} - 1\right) \|\mathbf{v}_k\|^2} & \text{para } k = l \\ -\frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{v}_l|^2}{\|\mathbf{v}_l\|^2} & \text{para } k \neq l. \end{cases}\end{aligned}\tag{5.4}$$

Para obtenção da superfície de EE considerando o uso do MRT/MRC como técnica de precodificação/combinção via simulação Monte Carlo, em [11] foi disponibilizado um código, em Matlab, que adota os procedimentos descritos no Algoritmo 4 apresentado a seguir.

O procedimento consiste em variar o número de antenas na estação base e de usuários atendidos simultaneamente e, para cada combinação de M e K , gerar várias realizações de canal, fazer a distribuição dos usuários uniformemente na região circular ao redor da BS, calcular as matrizes de precodificação/combinção (considerando o uso da mesma técnica em ambos os enlaces), calcular a matriz de alocação de potência (\mathbf{D}) e, com base nesta, calcular a potência total de transmissão do enlace, a taxa total de transmissão do sistema e, em seguida, a eficiência energética. Observe que a alocação de potência descrita anteriormente está relacionada com a SINR do sistema, expressa por $\left(2^{\frac{R}{B}} - 1\right)$. Desta forma, neste procedimento, é utilizado um algoritmo que, partindo de um valor inicial de SINR, faz uma busca do valor deste parâmetro (SINR) que garante a maximização da eficiência energética com base nas matrizes de alocação de potência. O detalhamento dos procedimentos está mostrado no Algoritmo 4 a seguir.

Algoritmo 4: OBTENÇÃO DA SUPERFÍCIE DE EE COM MRT/MRC VIA SIMULAÇÃO MONTE CARLO

Entrada: Parâmetros de Simulação da Tabela 5.2, C_i, D_j, A, S_x

Saída: Superfície de EE, ponto de máximo global, $M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm}$, taxa e potência

```

1 início
2    $M_{max} = 220, K_{max} = 150, n_{realizaçõesMC} = 100$ 
3   para  $M = 1 : M_{max}$  faça
4     para  $K = 1 : K_{max}$  faça
5       Gerar  $n_{realizaçõesMC}$  canais gaussianos:  $\mathbf{H}^{M \times K} \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ;
6       Gerar distância dos K usuários na área de cobertura:
7        $\mathbf{d}_u = \sqrt{\text{posições aleatórias}^{K \times n_{realizaçõesMC}} (d_{max}^2 - d_{min}^2) + d_{min}^2}$ 
8       Calcular a atenuação de percurso para cada usuário:  $\mathbf{l}_x = \frac{D}{\mathbf{d}_u^k}$ 
9       para  $itr = 1 : n_{realizaçõesMC}$  faça
10        Ponderar  $\mathbf{H}$  com  $\mathbf{l}_x$  para incluir a variância dada pela posição dos usuários:
11         $\mathbf{H}_{canal}^{M \times K} = \mathbf{l}_x^{M \times K} \circ \mathbf{H}^{M \times K}$ 
12        Gerar a matriz de combinação/precodificação para ambos os enlaces,
13        normalizando-a:  $\mathbf{G}_{MRC} = \frac{\mathbf{H}_{canal}}{\|\mathbf{H}_{canal}\|}$ 
14        Calcular elementos diagonais e não-diagonais da matriz de alocação de
15        potência, desconsiderando a SINR:
16        Matriz de ganhos -  $\mathbf{Ga}_{MRC} = \frac{|\mathbf{H}_{canal} \circ \mathbf{G}_{MRC}|^2}{B\sigma^2}$ 
17         $D_{diag} = \text{elementos diagonais}(\mathbf{Ga}_{MRC})$ 
18         $D_{ndiag} = \text{elementos não diagonais}(\mathbf{Ga}_{MRC})$ 
19      fim
20      Define-se fatores de overhead para taxa e potência:
21       $f_{overhead} = BK \left(1 - \frac{(\tau_{ul} + \tau_{dl})K}{U}\right)$ ;
22       $f_{pot} = \frac{1}{\eta}$ .
23      Calcula-se a potência de acordo com a modelagem:
24       $\text{Potencia}_{MOD} = \sum_{i=0}^3 C_i K^i + \sum_{j=0}^2 D_j M K^j$ 
25      Define-se um ponto inicial para a SINR:  $\text{SINR}_{inicial} = 0, 1$ ;
26      Chama-se o procedimento do Algoritmo 5, que retorna:  $EE_{otm}, \text{SINR}_{otm}$ .
27      Com base nestes valores, tem-se:
28       $EE(M, K) = EE_{otm}$ ;
29       $\text{Taxa}_{total}(M, K) = (f_{overhead}) \log_2(1 + \text{SINR}_{otm})$ ;
30       $\text{Pot}_{total}(M, K) = \frac{\text{Taxa}_{total}(M, K)}{EE(M, K)} - A \text{Taxa}_{total}(M, K) - \text{Potencia}_{MOD}$ .
31    fim
32  fim
33 retorna Superfície de EE, taxa total e potência total para cada par  $(M, K)$ 

```

O procedimento descrito no Algoritmo 5, conforme mencionado anteriormente, tem como objetivo, partindo de um ponto inicial de SINR, encontrar o valor de SINR que garante a maximização da EE. O Algoritmo 5 apresentado a seguir descreve os procedimentos realizados nesta busca da SINR que otimiza a eficiência energética.

Algoritmo 5: CÁLCULO DA SINR QUE MAXIMIZA A EE

Entrada: $\text{SINR}_{\text{inicial}}, \mathbf{D}_{\text{diag}}, \mathbf{D}_{\text{ndiag}}, \text{Potencia}_{\text{MOD}}, A, f_{\text{overhead}}, f_{\text{pot}}, n_{\text{realizaçõesMC}}$

Saída: EE, SINR

```

1 início
2    $\mathbf{D} = \frac{\mathbf{D}_{\text{diag}}}{\text{SINR}} + \mathbf{D}_{\text{ndiag}};$ 
3   Calcula-se a alocação de potência para ambos os enlace:
4   para  $\text{itr} = 1: n_{\text{realizaçõesMC}}$  faça
5      $\mathbf{P}_{\text{usuários}} = \frac{\mathbf{D}}{\mathbf{1}_K};$ 
6     Verificar se este valor de SINR está adequado, ou seja, se não tem nenhum valor de
        potência negativo:
7     para  $(\min(\mathbf{P}_{\text{usuários}} > 0))$  faça
8        $\text{Pot}(\text{itr}) = \sum \mathbf{P}_{\text{usuários}}.$ 
9     fim
10    para  $(\min(\mathbf{P}_{\text{usuários}} < 0))$  faça
11       $\text{Pot}(\text{itr}) = -1;$ 
12      Encerrar o processo e reiniciar com outro valor de SINR.
13    fim
14  fim
15  Verificar se todas as realizações geraram alocações de potência positivas:
16  para  $(\min(\mathbf{Pot} > 0))$  faça
17     $\text{Pot}_{\text{media}} = \text{média}(\text{Pot});$ 
18     $EE = \frac{(f_{\text{overhead}})\log_2(1 + \text{SINR})}{(f_{\text{pot}})\text{Pot} + \text{Potencia}_{\text{MOD}} + A(f_{\text{overhead}})\log_2(1 + \text{SINR})};$ 
19  fim
20  para  $(\min(\mathbf{Pot} < 0))$  faça
21     $EE = 0.$ 
22  fim
23 fim
24 retorna  $EE_{\text{otm}}, \text{SINR}_{\text{otm}}$ 

```

Deve-se observar que estes procedimentos foram elaborados considerando que as técnicas de precodificação e combinação são iguais nos enlaces direto e reverso, no caso MRT/MRC, o que implica que as matrizes \mathbf{G} e \mathbf{V} são iguais e, consequentemente, pode-se realizar os passos apenas uma vez. Motivada pela possibilidade de futuramente testar diferentes combinações destas técnicas nos enlaces direto e reverso, este trabalho propõe os procedimentos descritos nos Algoritmos 6 e 7, os quais foram adotados neste trabalho. A diferença é a separação entre os enlaces direto e reverso e o cálculo das matrizes \mathbf{G} e \mathbf{V} , conforme pode ser visto nos algoritmos expostos a seguir.

Algoritmo 6: OBTENÇÃO DA SUPERFÍCIE DE EE COM MRT/MRC VIA SIMULAÇÃO MONTE CARLO CONSIDERANDO PRECODIFICAÇÃO E COMBINAÇÃO

Entrada: Parâmetros de Simulação da Tabela 5.2, C_i, D_j, A, S_x

Saída: Superfície de EE, ponto de máximo global, $M^{otm}, K^{otm}, \rho^{otm}$

```

1 início
2    $M_{max} = 220, K_{max} = 150, n_{realizaçõesMC} = 100$ 
3   para  $M = 1 : M_{max}$  faça
4     para  $K = 1 : K_{max}$  faça
5       Gerar  $n_{realizaçõesMC}$  canais gaussianos:  $\mathbf{H}^{M \times K} \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ;
6       Gerar distância dos K usuários distribuídos uniformemente na região circular:
7        $\mathbf{d}_u = \sqrt{\text{posições aleatórias}^{K \times n_{realizaçõesMC}} (d_{max}^2 - d_{min}^2) + d_{min}^2}$ 
8       Calcular a atenuação de percurso para cada usuário:  $\mathbf{l}_x = \frac{D}{\mathbf{d}_u^k}$ 
9       para  $itr = 1 : n_{realizaçõesMC}$  faça
10        Ponderar  $\mathbf{H}$  com  $\mathbf{l}_x$  para incluir a variância por canal de comunicação dada
11        pela posição dos usuários:  $\mathbf{H}_{canal}^{M \times K} = \mathbf{l}_x^{M \times K} \circ \mathbf{H}^{M \times K}$ 
12        Gerar a matriz de combinação e precodificação dos enlaces direto e reverso,
13        normalizando-as:  $\mathbf{G}_{up} = \frac{\mathbf{H}_{canal}}{\|\mathbf{H}_{canal}\|}$  e  $\mathbf{V}_{down} = \frac{\mathbf{H}_{canal}}{\|\mathbf{H}_{canal}\|}$ 
14        Calcular elementos diagonais e não-diagonais da matriz de alocação de
15        potência dos enlaces direto e reverso, desconsiderando a SINR:
16        Ganhos -  $\mathbf{Ga}_{up} = \frac{|\mathbf{H}_{canal} \circ \mathbf{G}_{up}|^2}{B\sigma^2}$  e  $\mathbf{Ga}_{down} = \frac{|\mathbf{H}_{canal} \circ \mathbf{V}_{down}|^2}{B\sigma^2}$ 
17         $D_{diag-up}, D_{diag-down} = \text{elementos diagonais}(\mathbf{Ga}_{up}, \mathbf{Ga}_{down})$ 
18         $D_{ndiag-up}, D_{ndiag-down} = \text{elementos não diagonais}(\mathbf{Ga}_{up}, \mathbf{Ga}_{down})$ 
19      fim
20      Define-se fatores de overhead para taxa e potência:
21       $f_{overhead-up} = BK\zeta^{ul} \left(1 - \frac{\tau_{ul}K}{U\zeta^{ul}}\right)$  e  $f_{overhead-down} = BK\zeta^{dl} \left(1 - \frac{\tau_{dl}K}{U\zeta^{dl}}\right)$ ;
22       $f_{pot-up} = \frac{\zeta^{ul}}{\eta^{ul}}$  e  $f_{pot-down} = \frac{\zeta^{dl}}{\eta^{dl}}$ .
23      Calcula-se a potência de acordo com a modelagem:
24      
$$\text{Potencia}_{MOD} = \sum_{i=0}^3 C_i K^i + \sum_{j=0}^2 D_j M K^j$$

25      Define-se um ponto inicial para a SINR:  $\text{SINR}_{inicial} = 0, 1$ ;
26      Chama-se o procedimento do Algoritmo 7, que retorna:  $EE_{otm}, \text{SINR}_{otm}$ .
27      Com base nestes valores, tem-se:
28       $EE(M, K) = EE_{otm}$ ;
29       $\text{Taxa}_{total}(M, K) = (f_{overhead-up} + f_{overhead-down}) \log_2(1 + \text{SINR}_{otm})$ ;
30       $\text{Pot}_{total}(M, K) = \frac{\text{Taxa}_{total}(M, K)}{EE(M, K)} - A \text{Taxa}_{total}(M, K) - \text{Potencia}_{MOD}$ .
31    fim
32  fim
33 retorna Superfície de EE, taxa total e potência total para cada par  $(M, K)$ 

```

De maneira semelhante ao caso anterior, o procedimento descrito no Algoritmo 7 mencionado acima e apresentado a seguir tem o mesmo objetivo do Algoritmo 5, ou seja, partindo de um ponto inicial de SINR, faz-se uma busca do valor ótimo desta variável para a maximização da eficiência energética. Neste caso, porém, considera-se a separação entre os enlaces direto e reverso, possibilitando que diferentes técnicas de precodificação/combinção sejam aplicadas nestes enlaces.

Algoritmo 7: CÁLCULO DA SINR QUE MAXIMIZA A EE

Entrada: $SINR_{inicial}, D_{diag-up}, D_{ndiag-up}, D_{diag-down}, D_{ndiag-down}, Potencia_{MOD}$

Entrada: $A, f_{overhead-up}, f_{overhead-down}, f_{pot-up}, f_{pot-down}, n_{realizaçõesMC}$

Saída: EE, SINR

```

1 início
2    $D_{up} = \frac{D_{diag-up}}{SINR} + D_{ndiag-up};$ 
3    $D_{down} = \frac{D_{ndiag-down}}{SINR} + D_{ndiag-down};$ 
4   Calcula-se a alocação de potência para cada enlace:
5   para  $itr = 1: n_{realizaçõesMC}$  faça
6      $P_{up} = \frac{D_{up}}{1_K};$ 
7      $P_{down} = \frac{D_{down}}{1_K};$ 
8     Verificar se este valor de SINR está adequado, ou seja, se não tem nenhum valor de
        potência negativo:
9     para  $(\min(P_{up} > 0) \text{ e } \min(P_{down} > 0))$  faça
10      |  $Pot(itr) = \sum P_{up} + \sum P_{down}.$ 
11    fim
12    para  $(\min(P_{up} < 0) \text{ e/ou } \min(P_{down} < 0))$  faça
13      |  $Pot(itr) = -1;$ 
14      | Encerrar o processo e reiniciar com outro valor de SINR.
15    fim
16  fim
17  para  $(\min(Pot > 0))$  faça
18    |  $Pot_{media} = \text{média}(Pot)$ 
19    |  $EE =$ 
        
$$\frac{(f_{overhead-up} + f_{overhead-down})\log_2(1 + SINR)}{(f_{pot-up} + f_{pot-down})Pot + Potencia_{MOD} + A(f_{overhead-up} + f_{overhead-down})\log_2(1 + SINR)}.$$

20  fim
21  para  $(\min(Pot < 0))$  faça
22    |  $EE = 0.$ 
23  fim
24 fim
25 retorna  $EE_{otm}, SINR_{otm}$ 

```

5.3 Resultados da Simulação

Seguindo os procedimentos anteriormente descritos e usando os parâmetros da Tabela 5.2 apresentada a seguir, a superfície de eficiência energética obtida foi está ilustrada na Fig. 5.1, com seu respectivo ponto de máximo global (representado pela estrela).

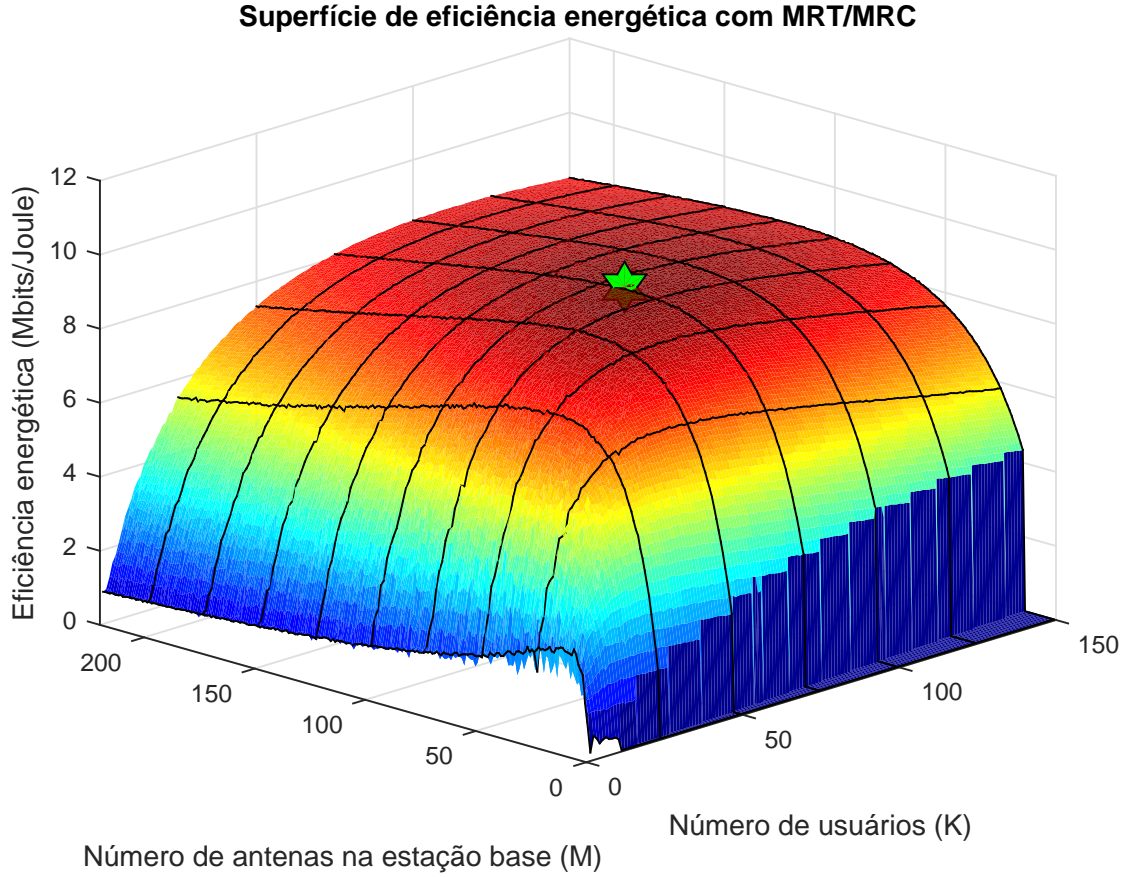


Figura 5.1: Superfície da eficiência energética com uso do MRT/MRC.

A configuração que garantiu a máxima EE foi $M = 90$, $K = 76$ e SINR = 0,18 dB, resultado este muito próximo do obtido em [11], que foi $M = 81$, $K = 77$. Este cenário ainda se enquadra como característico do MIMO massivo, devido ao número de antenas na estação base estar próximo da ordem de centenas, embora a diferença entre M e K seja relativamente pequena. Conforme [11], a razão para este resultado encontrado ($M \approx K$) é o fato de que no MRT/MRC a interferência entre os usuários é muito elevada, de modo que a taxa para cada usuário se torna pequena e, neste caso, a melhor estratégia é aumentar o número de usuários para elevar a taxa total de transmissão do sistema. A EE do ponto de máximo global foi de 9,39 Mbits/J, resultado este também muito próximo do encontrado no artigo, que foi 9,86 Mbits/J.

A taxa total de transmissão do sistema foi de 1,43 Gbps, o que representa uma taxa de 572 Mbps no enlace direto, sendo 7,53 Mbps para cada usuário e uma taxa de 859,8 Mbps para o enlace reverso, sendo 11,31 Mbps para cada usuário. A potência total de transmissão do sistema,

englobando ambos os enlaces foi de 152,8 W. As potências individuais de cada componente da modelagem de consumo energético estão ilustrados na Tabela 5.1. Note que este valor de eficiência energética também é significativo, mostrando que é possível transmitir com uma taxa total do sistema $9,39 \times 10^6$ vezes superior a quantidade total de potência gasta em ambos os enlaces, atendendo a 76 usuários simultaneamente com 90 antenas na estação base. Novamente, é interessante observar que não foi imposta nenhuma restrição com relação a capacidade do sistema em adquirir CSI para uma quantidade tão elevada de usuários, logo, em um cenário real, a quantidade de usuários atendidos para alcançar essa eficiência energética pode ser reduzido significativamente. Nota-se também que esta superfície apresenta uma superfície de baixa declividade próximo ao ponto de máximo, característica esta que mostra que existem muitas configurações que conseguem atingir valores de eficiência energética sub-ótimos.

Tabela 5.1: Potências de cada elemento da modelagem na simulação computacional

Elemento da modelagem	Potência (W)
<i>Backhaul</i>	0,36
Fixo	20
Circuitos dos usuários	7,6
Circuitos da estação base	90
Codificação/decodificação	1,29
Estimação do canal	0,92
Precodificação/cominação	19,56
Amplificador de potência	13,07

Tabela 5.2: Parâmetros de simulação

Parâmetro	Símbolo	Valor
Raio da célula	d_{max}	250 m
Distância mínima	d_{min}	35 m
Modelo de desvanecimento de larga escala	$l(x)$	$\frac{10^{-3,53}}{ x ^{3,76}}$
Largura de banda de transmissão	B	20 MHz
Largura de banda de coerência do canal	B_c	180 kHz
Tempo de coerência do canal	T_c	10 ms
Símbolos no bloco de coerência	U	1800 símbolos
Potência total do ruído	$B\sigma^2$	-96 dBm
Comprimento relativo dos pilotos	τ_{ul}, τ_{dl}	1
Eficiência computacional na BS	L_{BS}	12,8 Gflops/W
Eficiência computacional dos usuários	L_{UE}	5 Gflops/W
Fração da transmissão destinado ao enlace reverso e direto	ζ^{dl} e ζ^{ul}	0,6 e 0,4
Eficiência do PA na BS e dos usuários	η^{dl} e η^{ul}	0,39 e 0,3
Potência fixa da BS	P_{FIX}	18 W
Potência do oscilador da BS	P_{SYN}	2 W
Potência dos circuitos da BS	P_{BS}	1 W
Potência dos circuitos dos usuários	P_{UE}	0,1 W
Potência requerida para a codificação dos dados	P_{COD}	0,1 W/Gbps
Potência requerida para a decodificação dos dados	P_{DEC}	0,8 W/Gbps
Potência do <i>backhaul</i> que escala com o tráfego	P_{BT}	0,25 W/Gbps

5.3.1 Validação do código utilizando o ZF

Para validarmos os procedimentos anteriormente descritos, foi realizada uma nova simulação computacional utilizando o mesmo código, porém com o ZF como técnica de precodificação e combinação nos enlaces direto e reverso. Para efetuar esta modificação, substitui-se a consideração $\mathbf{G} = \mathbf{V} = \mathbf{H}^H$, característica do MRT/MRC por $\mathbf{G} = \mathbf{V} = \mathbf{H}(\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}$. Espera-se uma superfície semelhante a apresentada na Fig. 4.5, validando tanto o código utilizado para a simulação Monte Carlo quanto a modelagem feita para o ZF no capítulo anterior. O resultado obtido está ilustrado na Fig. 5.2.

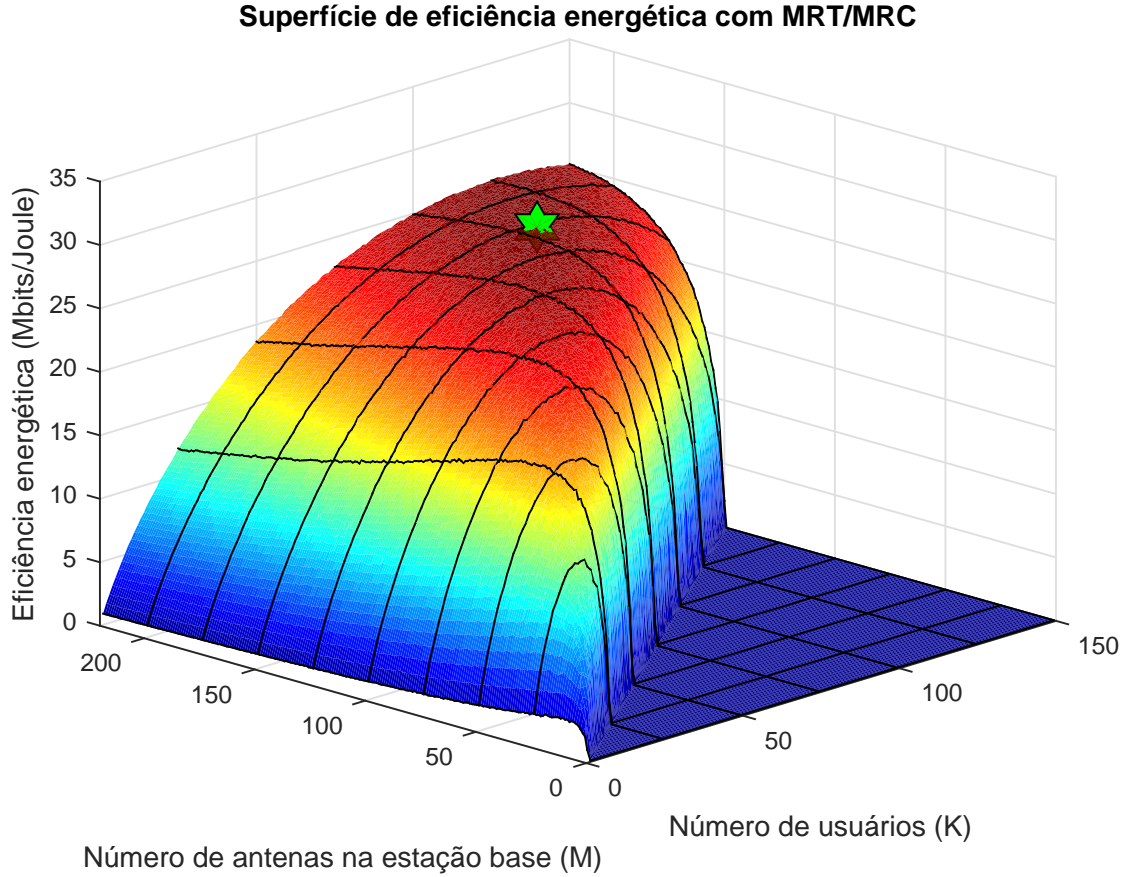


Figura 5.2: Superfície da eficiência energética com ZF via simulação MC.

O ponto de máxima EE foi 26,06 Mbits/J com uma configuração $M = 170$, $K = 104$ e SINR = 15,43 dB. A taxa total de transmissão foi de 9,5 Gbps com uma taxa por usuário de 91,35 Mbps. O consumo total de potência foi de 364,64 W. Observe que os valores de taxa, eficiência energética e número de antenas na estação base obtidos foram levemente diferentes daqueles encontrados com o uso das aproximações expostas no capítulo 4 ($EE = 37,74$ Mbits/J; $M = 165$, $K = 104$, SINR = 17,27 dB), principalmente o valor de EE do ponto de máximo global. O comportamento da superfície de EE, no entanto, é muito semelhante ao da Fig. 4.5. Esta discrepância possivelmente é associada às aproximações feitas para encontrar as expressões de taxa e potência total no caso do ZF e ao fato de que as simulações Monte Carlo tem o objetivo de obter os resultados aproximados

das funções em análise, mostrando o comportamento médio da superfície. É interessante observar que este resultado foi semelhante ao obtido em [11] para o caso do ZF com aquisição imperfeita do estado do canal (CSI imperfeito), em que a EE máxima foi 25,88 *Mbits*/J com a configuração ($M = 185, K = 110$).

5.4 Comparação dos resultados obtidos com ZF e MRT/MRC

Para melhor compreendermos a comparação entre os resultados obtidos, a Tabela 5.3 ilustra os valores encontrados com as duas técnicas em estudo. Observe que o valor de EE para o caso do ZF é significativamente superior ao obtido para o caso do MRT/MRC, mais especificamente 3,8 vezes maior. Além disso, a quantidade de antenas do ponto ótimo do ZF é 1,8 vezes o valor de M^{otm} do MRT/MRC. O número de usuários atendido simultaneamente é relativamente próximo comparando as duas técnicas, diferindo por apenas 14 usuários. Conforme mencionado anteriormente, a razão para essa discrepância se baseia no fato de que no MRT/MRC opera-se em um cenário com uma interferência entre usuários muito elevada, o que ocasiona uma redução da taxa de transmissão do sistema e um aumento do número de antenas na estação base para compensar este efeito. Esta influência também é perceptível na taxa total do sistema, sendo o valor encontrado para o ZF cerca de 7,4 vezes superior ao do MRT/MRC. Além disso, como no ZF a ISI é eliminada, a SINR apresenta um valor muito superior ao encontrado no MRT/MRC, aproximadamente 17 dB maior.

Tabela 5.3: Comparação entre os resultados do ZF e do MRT/MRC

Técnica	Pre-codificação e Combinação	EE (<i>Mbits</i> /J)	M^{otm}	K^{otm}	ρ^{otm} (dB)	Taxa (Gbps)	Taxa por usuário (Mbps)	Potência (W)
<i>Zero forcing</i>		37,74	165	104	17,27	10,6	101,9	345
MRT/MRC		9,86	90	76	0,18	1,43	18,82	152,8

Com relação a quantidade de operações envolvidas na estimação de canal e no cálculo das matrizes de precodificação e combinação, uma estimativa feita em [11] mostra que o MRT/MRC apresenta uma complexidade inferior ao do ZF sendo, respectivamente, 239 *Gflops* e 710 *Gflops*. A economia no consumo de potência para o MRT/MRC, no entanto, é insuficiente para compensar as taxas com valores muito inferiores ao do ZF e, consequentemente, a EE máxima atingida é significativamente inferior. Para garantir taxas próximas às obtidas com ZF seria necessário um cenário em que $M \gg K$, o que não é a melhor estratégia para maximizar a EE.

A complexidade envolvida na obtenção das superfícies de EE para ambos os casos também revela uma discrepância considerável. Com as derivações apresentadas no capítulo 4, a superfície de EE pode ser obtida com um código que possui um tempo de execução de aproximadamente 15 minutos, fazendo 33000 combinações de valores de M, K . No caso do MRT/MRC, como a obtenção da superfície envolve o método de Monte Carlo, o tempo de simulação foi de aproximadamente 48 horas, envolvendo 100 iterações para cada uma das 33000 combinações de M, K e várias ma-

nipulações matriciais, que envolvem uma elevada quantidade de operações. Se compararmos com o algoritmo de otimização do ZF, essa discrepância fica ainda mais acentuada, visto que o código é executado em um tempo inferior a 1 minuto e apresenta uma complexidade computacional duas ordens de grandeza inferior ao de obtenção da superfície de EE do ZF. Vale ressaltar que ambas as simulações foram realizadas utilizando os mesmos *hardware* e *software* operacionais, com as mesmas configurações de processamento da máquina.

De posse dos dados aquisitados com o uso do algoritmo de obtenção da superfície de EE com MRT/MRC via simulação Monte Carlo e do ZF com os procedimentos expostos no capítulo 4, foi possível obter as Figs. 5.3 a 5.6 com o intuito de viabilizar uma melhor comparação destas duas técnicas de precodificação/combinção e de mostrar o comportamento de algumas variáveis com relação a variação do número de antenas na estação base. Essas curvas foram geradas considerando o número de usuários fixo e igual a K^{otm} para cada esquema e variando M de 0 a 220. Para maior clareza dos resultados, sinalizou-se com um círculo o ponto de máximo global em todos os gráficos. Os parâmetros considerados foram: eficiência energética, potência do PA, potência de transmissão por transceptor na estação base, vazão por unidade de área (razão entre a taxa de transmissão e a área de cobertura) e SINR. Para validar os resultados obtidos com uso das derivações apresentadas no capítulo 4, inclui-se nos gráficos os resultados encontrados com o ZF via simulação Monte Carlo.

5.4.1 Eficiência Energética

As curvas ilustrados na Fig. 5.3 foram obtidas com o valor de K fixo e igual a K^{otm} para cada esquema de precodificação/combinção. Para melhor compreender a ideia envolvida neste gráfico, considere que foram feitos cortes paralelos ao eixo do número de antenas (M) nas superfícies de eficiência energética apresentadas nas Fig. 4.5, Fig. 5.1 e Fig. 5.2, em que o corte foi feito perpendicular ao eixo do número de usuários cruzando-o no ponto de K igual a K^{otm} .

Novamente é possível verificar que os valores de EE obtidos com o ZF são significativamente maiores do que o MRT/MRC, aproximadamente 4 vezes superiores. Observa-se também que em ambas as técnicas, para pequenos valores de M , a EE aumenta com o número de antenas na estação base, comportamento este que não se observa para grandes valores de M , em que a tendência é uma estabilização desta variável, ou seja, os valores de EE são praticamente invariantes a M . Este comportamento é ainda mais acentuado para o MRT/MRC, em que a superfície de EE apresenta uma região de baixa declividade próximo do ponto de ocorrência do máximo global. Este comportamento reforça a ideia de que existem diversas configurações que atingem pontos de eficiência energética subótimos.

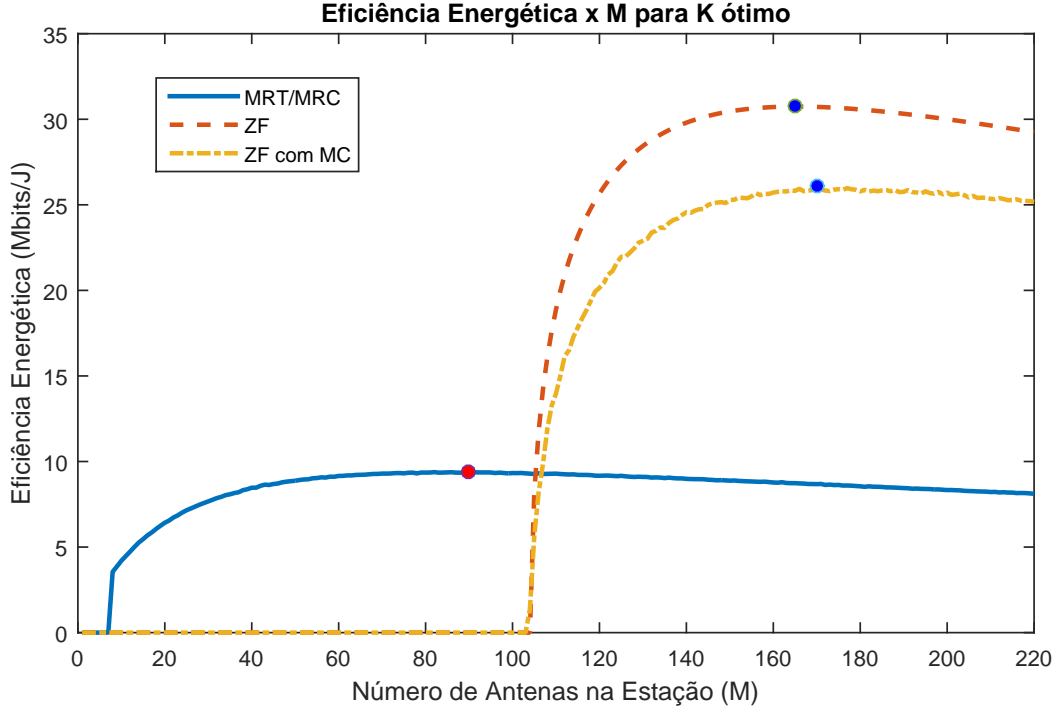


Figura 5.3: Eficiência energética para K^{otm} com diferentes valores de M para ZF, MRT/MRC e ZF via simulação Monte Carlo.

5.4.2 Potência total do PA

A Fig. 5.4 ilustra o comportamento da potência total transmitida pelo PA e da potência transmitida por cada cadeia de RF alimentando uma antena, para diferentes quantidades de antenas na estação base e considerando K fixo e igual a K^{otm} para cada esquema. Primeiramente é importante relembrar que o ZF possui uma restrição de que $M \geq K + 1$, motivo esse que justifica o início da curva no ponto em que M é imediatamente superior ao valor de K^{otm} .

Observando as curvas apresentadas é possível distinguir dois comportamentos: no caso do MRT/MRC, a melhor estratégia para maximizar a EE é aumentar a potência total do PA a medida que o número de antenas na estação base aumenta, resultado esse contrário a potência transmitida por antena na BS, que se reduz para maiores valores de M . Este resultado está condizente com o encontrado em [11]. Comportamento diferente é observado para o ZF, em que as curvas mostram que para maximizar a EE a melhor técnica é reduzir tanto a potência total do PA quanto a potência irradiada por antena com o aumento do número de antenas na BS, resultado este contrário ao obtido em [11] porém condizente com [10] e [26]. Nota-se também todas as medidas de potência do ZF são superiores as do MRT/MRC. Analisando as curvas é possível ainda verificar que a potência por transceptor é cerca de 200 mW para o ZF e 40 mW para o MRT/MRC, valores estes condizentes com o desejado para o cenário MIMO massivo, em que espera-se que seja possível substituir dispositivos que atualmente apresentam potência na ordem de dezenas de *Watts* por outros que tenham baixa potência, na ordem de mili*Watts*, conforme mencionado no capítulo 1.

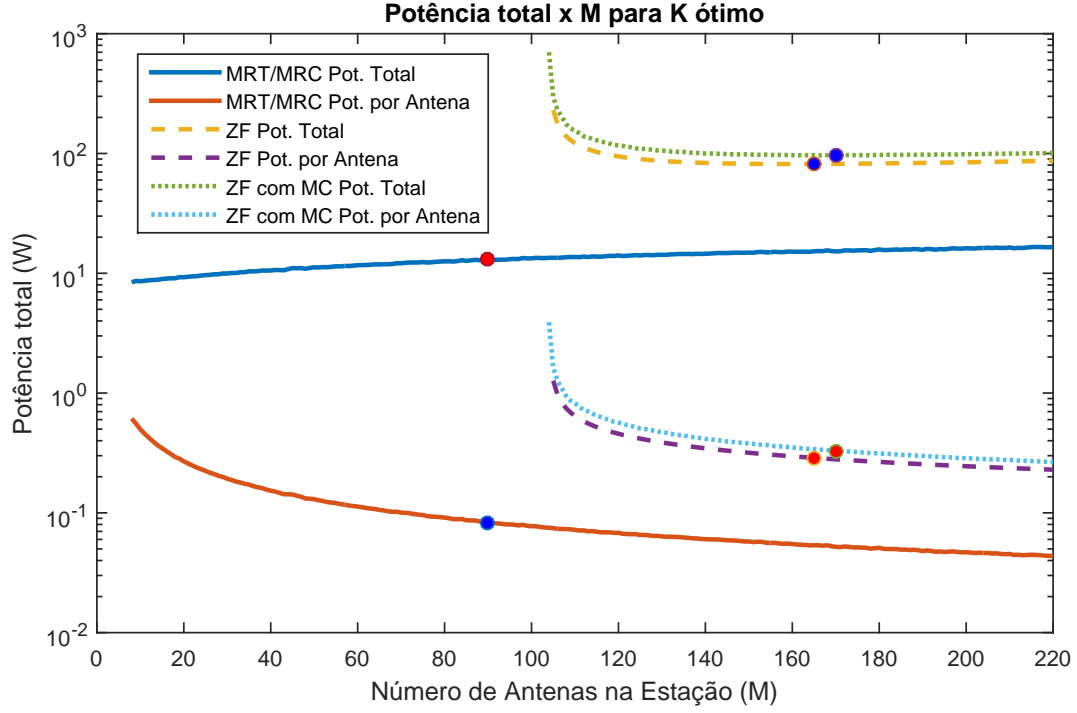


Figura 5.4: Potencia total do PA e por antenna para K^{otm} com diferentes valores de M para ZF, MRT/MRC e ZF via simulação Monte Carlo.

5.4.3 Vazão por unidade de área

A Fig. 5.5 ilustra o comportamento da vazão por unidade de área, ou seja, da razão entre a taxa de transmissão do sistema e a área de cobertura da estação base, considerando K fixo e igual a K^{otm} para cada técnica de precodificação/cominação. Novamente, o motivo que justifica o início da curva do ZF no ponto em que M é imediatamente superior ao valor de K^{otm} é a restrição imposta pelo ZF de que $M \geq K + 1$.

Observando as curvas apresentadas é possível verificar que os valores de taxa atingíveis com uso do ZF são significativamente superiores aos do MRT/MRC, aproximadamente 4,5 vezes maiores. A explicação para este fato é a mesma da eficiência energética, em que no MRT/MRC a interferência entre usuários ocasiona taxas menores de transmissão do sistema. Como o ZF é baseado em eliminar a ISI, taxas muito superiores são atingíveis com uso desta técnica de precodificação/cominação. As curvas obtidas para o ZF foram, em forma, distintas das apresentadas em [11], porém, fazendo uma análise da fórmula que expressa a EE, o resultado encontrado na Fig. 5.5 para o ZF está condizente com o esperado, visto que, na Eq. (3.45) o consumo de potência é predominantemente influenciado pelo valor de K , sendo praticamente invariante a variações no parâmetro M , fazendo com que a taxa total de transmissão seja aproximadamente proporcional a EE e consequentemente sua superfície é muito semelhante à obtida para a eficiência energética.

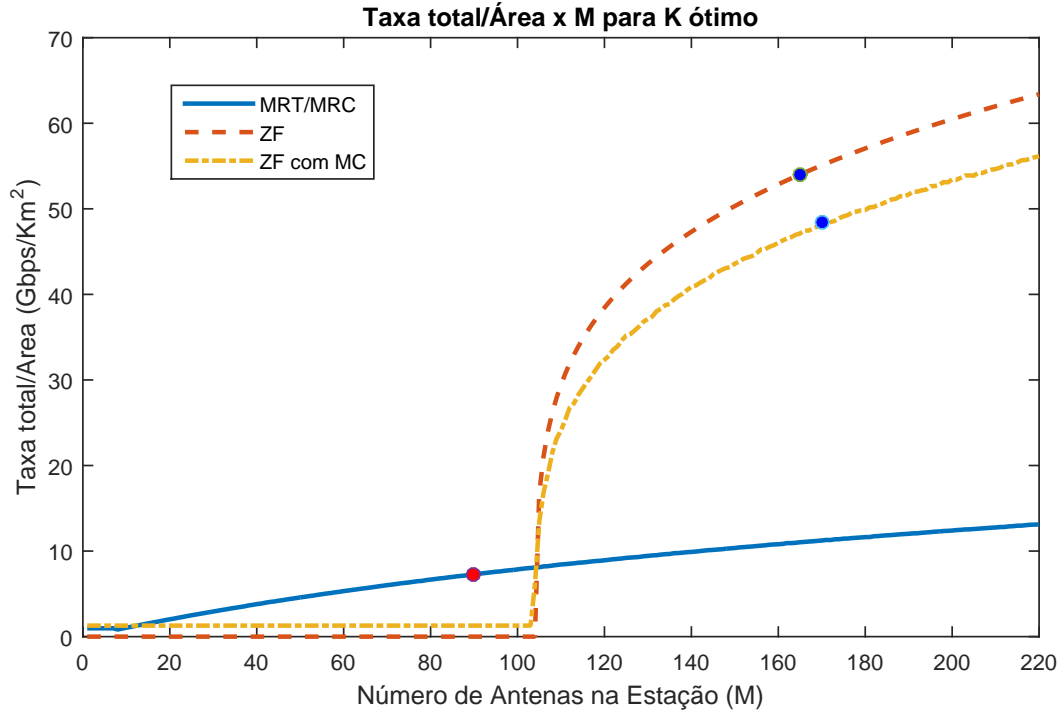


Figura 5.5: Vazão por unidade de área para K^{otm} com diferentes valores de M para ZF, MRT/MRC e ZF via simulação Monte Carlo.

5.4.4 SINR

Por fim, analisando o comportamento da SINR de cada esquema de precodificação/combinação, a Fig. 5.6 ilustra o comportamento desta variável considerando K fixo e igual a K^{otm} para cada uma das técnica em estudo.

Comparando as curvas apresentadas, é possível observar que, conforme esperado, é significativa a diferença entre a SINR ótima para os dois esquemas. A explicação para isso é o fato de que no ZF a interferência entre usuários é eliminada, maximizando assim a SINR do sistema. No caso do MRT/MRC o objetivo é obter a máxima SNR, porém ele atua mais efetivamente em cenários com reduzida ISI. Como na situação em análise existem muitos usuários atendidos simultaneamente, a ISI é elevada, degradando a SINR obtida para este caso. Observe que os valores de SINR para o ZF para altos valores de M são em torno de 17 dB enquanto que no MRT/MRC eles são inferiores a 5 dB, uma diferença de uma ordem de grandeza.

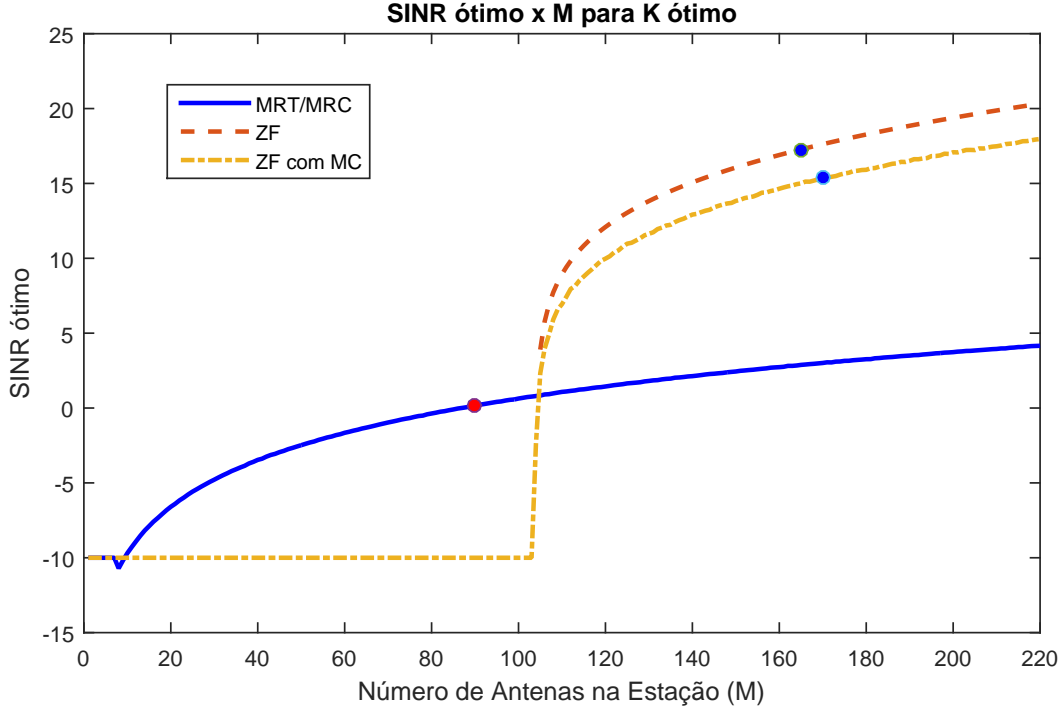


Figura 5.6: SINR para K^{otm} com diferentes valores de M para ZF, MRT/MRC e ZF via simulação Monte Carlo.

5.5 Distribuição da taxa entre os usuários

Com base nos procedimentos expostos nas seções anteriores, é possível observar que tanto a taxa total de transmissão do sistema quanto a potência total de ambos os enlaces são dependentes da alocação de potência para cada um dos usuários. Esta alocação de potência foi realizada utilizando um algoritmo apresentado no capítulo 3, que foi baseado em [11] e [18]. A restrição imposta para a escolha desta técnica de alocação de potência foi garantir uma distribuição uniforme da taxa entre os usuários, ou seja, $\bar{R}_k = R$, $\forall k = 1 : K$.

Neste cenário, um questionamento que pode surgir é sobre a efetividade deste algoritmo de alocação de potência. Para validarmos que o objetivo de distribuição uniforme da taxa entre os usuários foi atingido, partindo do algoritmo de obtenção da superfície de EE via simulação Monte Carlo, foram adotados os procedimentos descritos no Algoritmo 8 exposto a seguir, considerando o uso do MRT/MRC.

A ideia envolvida é, utilizando as matrizes \mathbf{G} , \mathbf{V} e de ganhos do Algoritmo 6 e a SINR global obtida com uso do Algoritmo 7, calcular as matrizes auxiliares de alocação de potência (\mathbf{D}) e, em seguida, calcular a efetiva distribuição de potência entre os usuários (\mathbf{P}). Com esta matriz de distribuição de potência é possível calcular a SINR para cada usuário, com as Eq. (3.5) e (3.8). Com isso, é possível calcular a taxa de transmissão total para cada um dos enlaces. Este processo é repetido para cada realização de canal e calcula-se a média dos resultados obtidos. Ao final do processo, mostram-se gráficos com a distribuição das taxas entre os usuários.

Algoritmo 8: CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DE TAXA ENTRE OS USUÁRIOS

Entrada: $\mathbf{D}_{diag-up}, \mathbf{D}_{ndiag-up}, \mathbf{D}_{diag-down}, \mathbf{D}_{ndiag-down}, n_{realizaçõesMC}, SINR, \mathbf{Ga}_{up}, \mathbf{Ga}_{down}$

Saída: $\mathbf{Taxa}_{up-media}, \mathbf{Taxa}_{down-media}$

1 **início**

2 $\mathbf{D}_{up} = \frac{\mathbf{D}_{diag-up}}{SINR} + \mathbf{D}_{ndiag-up};$

3 $\mathbf{D}_{down} = \frac{\mathbf{D}_{ndiag-down}}{SINR} + \mathbf{D}_{ndiag-down};$

4 Calcula-se a alocação de potência e a taxa para cada enlace:

5 **para** $itr = 1:n_{realizaçõesMC}$ **faça**

6 $\mathbf{P}_{up} = \frac{\mathbf{D}_{up}}{1_K};$

7 $\mathbf{Taxa}_{up} = \frac{f_{overhead-up}}{K} \log_2 \left(1 + \frac{\mathbf{P}_{up} \mathbf{Ga}_{up} B \sigma^2}{\sum \mathbf{P}_{up} (-\mathbf{D}_{ndiag-up}) B \sigma^2 + \sigma^2} \right);$

8 $\mathbf{P}_{down} = \frac{\mathbf{D}_{down}}{1_K};$

9 $\mathbf{Taxa}_{down} = \frac{f_{overhead-down}}{K} \log_2 \left(1 + \frac{\mathbf{P}_{down} \mathbf{Ga}_{down} B \sigma^2}{\sum \mathbf{P}_{down} (-\mathbf{D}_{ndiag-down}) B \sigma^2 + \sigma^2} \right);$

10 **fim**

11 Calcula-se a média das realizações de canal:

12 $\mathbf{Taxa}_{up-media} = media(\mathbf{Taxa}_{up});$

13 $\mathbf{Taxa}_{down-media} = media(\mathbf{Taxa}_{down});$

14 **fim**

15 **retorna** $\mathbf{Taxa}_{up-media}, \mathbf{Taxa}_{down-media}$

As Figs. 5.7, 5.8 e 5.9 ilustram os resultados obtidos com uso do Algoritmo 8, para $K = 20$, $K = 76$ (ponto de máximo global) e $K = 90$, com o intuito de mostrar o comportamento desta distribuição de taxa entre os usuários para valores pequenos e grandes de K , além do ponto ótimo de eficiência energética. Considera-se o uso do MRT/MRC como técnica de precodificação/cominação. Todos os gráficos foram obtidos considerando o número de antenas na estação base como $M^{otm} = 90$. Optou-se por separar entre enlace direto e reverso por questões de maior clareza dos resultados mostrados.

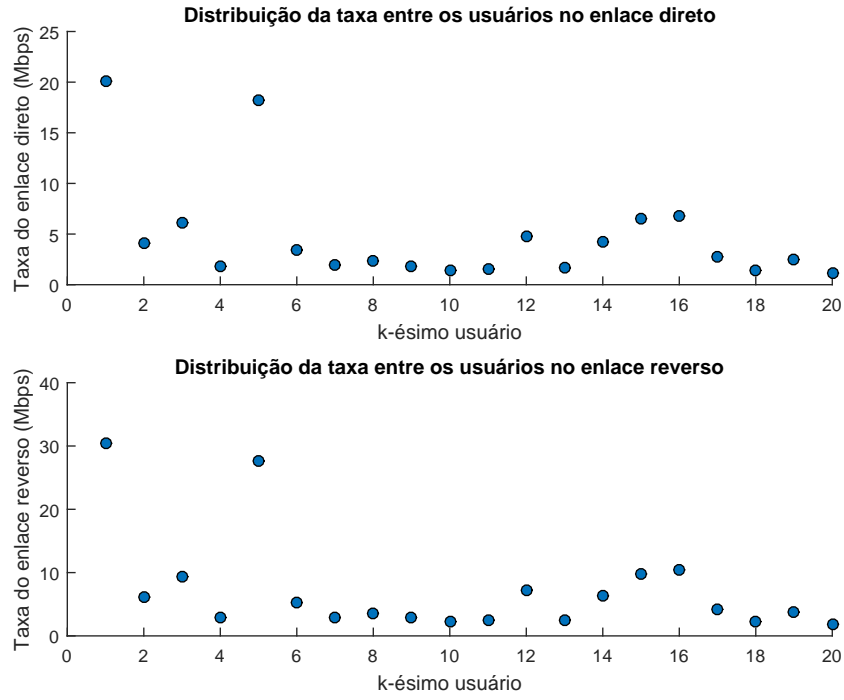


Figura 5.7: Distribuição da taxa entre os usuários para um cenário com $M = 90$ e $K = 20$.

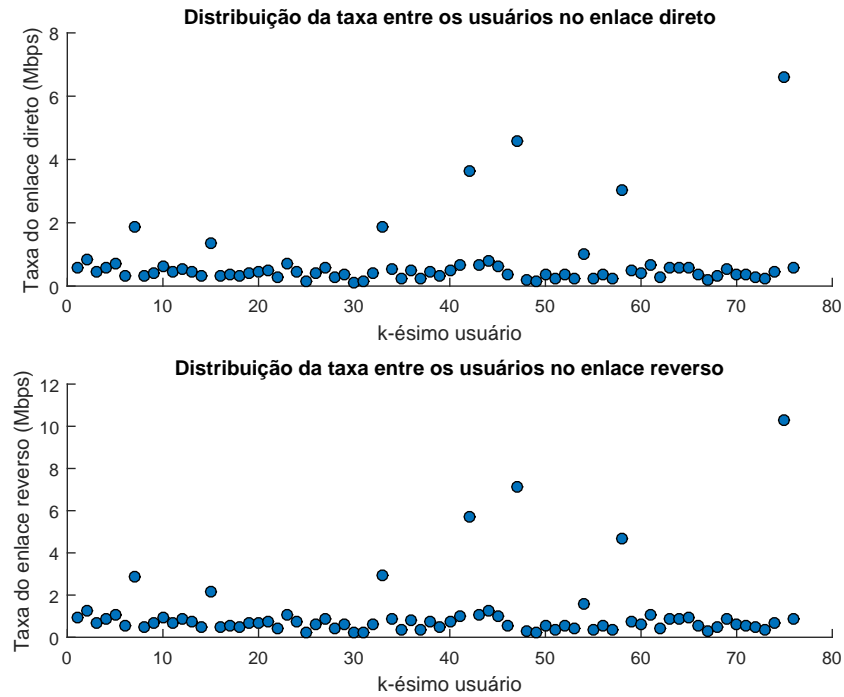


Figura 5.8: Distribuição da taxa entre os usuários para um cenário com $M = 90$ e $K = 76$, cenário de máxima EE para o MRT/MRC.

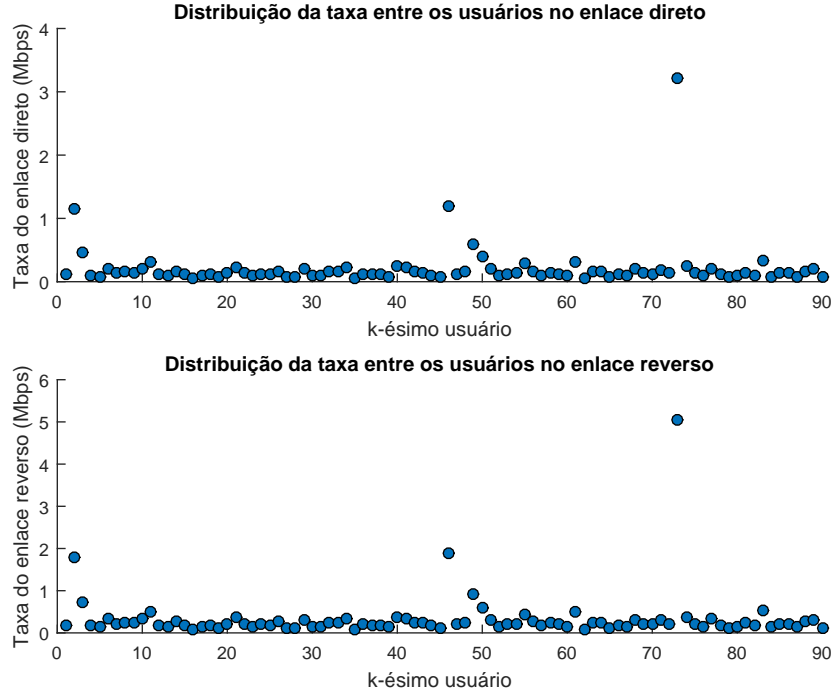


Figura 5.9: Distribuição da taxa entre os usuários para um cenário com $M = 90$ e $K = 90$.

Observe que predominantemente a distribuição da taxa entre os usuários é uniforme, condizente com o esperado, e que este comportamento se torna mais expressivo a medida que o número de usuários aumenta. As taxas de erro obtidas foram de 10% para $K = 20$, aproximadamente 5% para $K = 76$ e 3% para $K = 90$, valores estes dentro do esperado para um cenário real [11]. As taxas são maiores para o enlace direto pois a porcentagem do tempo de quadro destinado a este enlace é de 40%, enquanto que o do enlace reverso é de 60%.

É interessante destacar que os valores de taxa ilustrados nestes gráficos são diferentes dos esperados se tomarmos como base a taxa total de transmissão do sistema obtida com a superfície de EE. Isto ocorre pois, no caso anterior, a taxa foi calculada utilizando-se o valor de SINR aproximado, com base no valor encontrado com uso do Algoritmo 7. Para a geração destes gráficos, no entanto, foi calculada a SINR com base na alocação de potência para cada usuário, ou seja, usando as matrizes \mathbf{D} . O motivo pelo qual não se utilizou essa metodologia para a obtenção da superfície de EE foram limitações computacionais, visto a complexidade envolvida no processo.

5.6 Conclusões Parciais

Neste capítulo, o objetivo foi apresentar os procedimentos adotados para a obtenção da superfície de EE via simulação Monte Carlo, visto que para o MRT/MRC a complexidade envolvida em obter uma formulação analítica para a SINR torna inviável o desenvolvimento de um algoritmo de otimização como foi feito para o ZF. Pode-se observar que novamente trata-se de uma superfície quase-côncava, logo existe um ponto de máximo global. O cenário que atingiu a máxima EE

também foi característico de um sistema MIMO massivo, porém a degradante ISI presente neste ambiente teve por consequência uma configuração em que $M \approx K$, o que reduz algumas vantagens características do MIMO massivo.

Comparando as duas técnicas de precodificação e combinação, foi possível observar que o valor de EE máximo a ser alcançado, as taxas de transmissão em ambos os enlaces e a vazão por unidade de área, além da SINR foram significativamente maiores no ZF do que no MRT/MRC, mais especificamente, a EE foi cerca de 4 vezes superior, as taxas obtidas foram aproximadamente 4,5 vezes maiores e a SINR foi uma ordem de grandeza acima. A vantagem do MRT/MRC foi que a potência do PA foi cerca de 10 vezes menor do que no ZF e a potência por cadeia de RF alimentado uma antena foi aproximadamente 5 vezes inferior. Esta redução de potência, por sua vez, não é suficiente para compensar o efeito das baixas taxas ocasionadas pela agressiva ISI, afetando os valores de EE.

Com relação a complexidade computacional, embora os processos envolvidos no MRT/MRC apresentem uma menor quantidade de operações, a obtenção do ponto de máximo desta superfície é consideravelmente mais complexa do que no caso do ZF sendo os tempos de execução da simulação de, respectivamente, 48 horas e 15 minutos. Por fim, o capítulo apresentou gráficos para validar a técnica de alocação de potência apresentada no capítulo 3, provando que a distribuição de taxa entre os usuários é uniforme, principalmente para maiores valores de K , com taxas de erro variando em 3% e 10%, valores dentro do esperado em um cenário real [11].

Capítulo 6

Conclusões

Conforme apresentado no capítulo 1, uma das promessas do MIMO massivo é um dos requisitos para as futuras gerações de comunicações móveis é a eficiência energética. No cenário MIMO o foco foi a eficiência espectral, ou seja, o melhor aproveitamento da largura de banda disponível para transmitir com altas taxas para os usuários. O objetivo do MIMO massivo é reduzir a solução de compromisso existente entre eficiência energética e eficiência espectral, fornecendo um sistema com alta EE e consideráveis valores de SE.

Para o cálculo da eficiência energética é preciso encontrar tanto a taxa total de transmissão do sistema, englobando os enlaces direto e reverso quanto a potência total de transmissão, que é proveniente de uma modelagem de consumo energético com os principais elementos do sistema em análise. No capítulo 2 foram apresentadas as derivações da capacidade para o MIMO ponto-a-ponto e, em seguida, mostrou-se que essas expressões também são válidas para o sistema MIMO multiusuário, sendo apenas uma expansão deste e também para o cenário MIMO massivo, mudando apenas as dimensões do sistema e as capacidades possíveis de serem atingidas, validando as afirmações de que o MIMO massivo consegue garantir maiores taxa de transmissão ao sistema.

No capítulo 3 foi apresentada a modelagem específica dos cenários considerados, bem como as definições de eficiência energética e de seus parâmetros base. Com relação a taxa do sistema, foi possível observar que a capacidade está relacionada com duas variáveis principais: a largura de banda de operação e a SINR do sinal recebido. Conforme mostrado neste capítulo, como considera-se a aplicação de técnicas de precodificação e combinação em ambos os enlaces, a SINR é fortemente influenciada pela técnica escolhida. Para o caso do *zero forcing*, como o objetivo é eliminar a interferência entre usuários, algumas particularidades desta técnica viabilizam encontrar expressões analíticas para a taxa total de transmissão do sistema. No caso do MRT/MRC, como o intuito é maximizar a SNR, encontrar essas expressões é um processo mais complexo e opta-se por utilizar um algoritmo de alocação de potência cujo objetivo é garantir uma distribuição uniforme das taxas entre os usuários.

Ainda no capítulo 3, foi apresentada a modelagem de consumo energético adotada neste trabalho, a qual foi baseada em [11] e elaborada englobando diversas referências, com o objetivo de ser coerente com os sistemas amplamente utilizados e englobar os principais elementos que possuam

potências significativas no sistema de comunicação sem fio. Nesta modelagem foram incluídos as potências fixas, que estão associadas a infraestrutura da estação base, as potências dos circuitos dos sistemas de recepção (usuários) e transmissão (estação base), a potência dos processos de codificação, decodificação e estimação do canal, além da precodificação e combinação e por fim, a potência do amplificador, elemento de grande importância na modelagem, por possuir elevada potência. Novamente, utilizando as particularidades do ZF, foi possível obter uma expressão analítica da potência total para este cenário. No caso do MRT/MRC, a taxa total de transmissão do sistema também é dependente da alocação de potência proposta neste capítulo.

Com a formulação completa da eficiência energética, exposta na Eq. (3.44) foi possível perceber que este parâmetro possui uma parcela fixa (C_0) e termos que dependem do número de antenas na estação base, de usuários atendidos simultaneamente e da potência de transmissão (que influencia a capacidade da soma das taxas), ou seja, a EE depende dos valores de M, K, P , além de apresentar dependência com o tipo de precodificação/combinação escolhido.

No capítulo 4, utilizando as particularidades do ZF e sua expressão de eficiência energética, foi possível mostrar que se trata de uma superfície quase-côncava, que é caracterizada por apresentar um ponto de máximo global. Como o objetivo é encontrar a máxima EE do sistema e sua configuração (M, K, ρ) , foram utilizadas as propriedades deste tipo de superfície e o algoritmo de otimização proposto em [6] e [11]. Este algoritmo propõe a substituição da tradicional técnica de otimização conjunta dos três parâmetros em análise por uma abordagem sequencial, em que mantêm-se dois dos parâmetros fixos e utiliza-se expressões analíticas para encontrar o valor ótimo do terceiro parâmetro. Com uso das propriedades de superfícies quase-côncavas, foi possível obter expressões para M^{otm}, K^{otm} e ρ^{otm} .

Aplicando o algoritmo apresentado nestes artigos com a modelagem de [6], a convergência obtida foi para um ponto subótimo. Motivada por este resultado, este trabalho propôs um novo algoritmo de otimização que faz uma busca mais extensiva ao redor dos possíveis valores ótimos das três variáveis. Com esta nova abordagem, e com uma região de abrangência de 8 valores de K e suas combinações com os respectivos valores de M , a convergência para o ponto ótimo foi obtida em 5 iterações. Utilizando esta mesma estratégia com a modelagem adotada neste trabalho a convergência para o ponto ótima foi obtida em 5 iterações, com uma região de abrangência de 2 valores, resultado este melhor do que o obtido em [11], em que a convergência foi alcançada em 7 iterações. Comparando com o método clássico de obtenção do ponto de máximo, em que é gerada a superfície de EE para diferentes combinações de M, K , o uso deste algoritmo reduziu em cerca de duas ordens de grandeza a complexidade envolvida na busca desta configuração de máxima eficiência energética.

Com base nos resultados das simulações computacionais, foi possível mostrar que a eficiência energética máxima a ser obtida neste cenário, com uso do ZF como técnica de precodificação/combinação foi de 30,7 Mbits/J, um valor significativo de EE. Esta eficiência energética foi obtida com uma configuração em que $M = 165, K = 104$ e SINR = 17,27 dB, cenário este característico do MIMO massivo, condizente com o objetivo deste trabalho. Para este caso, a taxa total de transmissão do sistema foi de 10,60 Gbps, sendo possível obter uma taxa de 40,77 Mbps para

cada usuário no enlace direto e 61,15 Mbps por usuário no enlace reverso. Além disso, a potência total de transmissão do sistema, englobando ambos os enlaces foi de 345 W.

Em seguida, foi analisado o caso do uso do MRT/MRC. Neste cenário, como conseguir encontrar uma formulação analítica para a SINR é um processo muito complexo, optou-se por utilizar as simulações Monte Carlo para obter a superfície de EE e seu ponto de máximo, a qual foi obtida com uso dos procedimentos propostos em [11]. Neste cenário, a configuração que garantiu a máxima EE foi $M = 90$, $K = 76$ e $\rho = 0,18$ dB. Embora a diferença entre M e K seja relativamente pequena, esta configuração ainda se enquadra como característica do MIMO massivo, devido ao número de antenas na estação base estar próximo da ordem de centenas. Conforme exposto anteriormente, a razão para este resultado encontrado ($M \approx K$) é o fato de que no MRT/MRC a interferência entre os usuários é muito elevada, de modo que a taxa para cada usuário se torna pequena, requerindo a alocação de um maior número de usuários para elevar a taxa total de transmissão do sistema. A EE do ponto de máximo global foi de 9,39 *Mbits*/J.

Comparando as duas técnicas de precodificação/cominação foi possível observar que, embora os processos de estimação do canal e cálculo das matrizes \mathbf{G} e \mathbf{V} no MRT/MRC envolva uma menor quantidade de operações do que no ZF, essa economia no consumo de potência é insuficiente para compensar as taxas significativamente menores do cenário com uso do MRT/MRC, que são ocasionadas pela operação em um cenário de elevada interferência. Devido a esses fatores, o ZF apresenta resultados melhores em muitos aspectos.

Com relação a eficiência energética máxima obtida, o valor encontrado com o *zero forcing* foi aproximadamente 4 vezes superior ao do MRT/MRC. Analisando a potência total de transmissão do PA, foi possível observar comportamentos distintos. No MRT/MRC, a estratégia ótima é aumentar a potência total do PA com o aumento do número de antenas porém reduzir a potência por antena. Para o ZF, a melhor estratégia é reduzir ambas, a potência total e por antena, com o aumento de M . Em ambos os casos, no ponto ótimo a potência por antena é na ordem de mili *Watts*, condizente com o esperado para o cenário MIMO massivo. Com relação a vazão por unidade de área, mostrou-se que as taxas de transmissão com uso do ZF são aproximadamente 4,5 vezes superiores àquelas fornecidas pelo sistema com uso do MRT/MRC. Por fim, analisando a SINR dos sistemas, mais uma vez foi possível observar resultados melhores no ZF, em que a relação sinal ruído interferência alcançada é cerca de uma ordem de grandeza superior a do MRT/MRC. Vale ressaltar também que houve uma diferença significativa no tempo de execução necessário para obtenção destas superfícies e de seus pontos de máximo. Enquanto o algoritmo de otimização é executado em aproximadamente 1 minuto, a obtenção da superfície pela busca extensiva com ZF tem tempo de execução de 15 minutos e as simulações Monte Carlo para o MRT/MRC, 48 horas.

Ao final do trabalho, visto que tanto a potência do sistema quanto a taxa de transmissão para o cenário com uso do MRT/MRC são dependentes do algoritmo de alocação de potência apresentado no capítulo 3, foram mostrados gráficos obtidos via simulação com o objetivo de provar que de fato a distribuição da taxa entre os usuários é uniforme, conforme restrição imposta anteriormente.

6.1 Sugestões de trabalhos futuros

Diversos estudos ainda podem ser realizados na área de eficiência energética do MIMO massivo. Algumas sugestões de projetos futuros são:

- Conforme abordado no capítulo 5, as superfícies de EE foram obtidas considerando o uso da mesma técnica para a precodificação e para a combinação. Com o intuito de viabilizar o uso de técnicas distintas nos enlaces direto e reverso, foram propostos novos procedimentos que fazem a separação dos processos nos dois enlaces, possibilitando que sejam utilizadas diferentes técnicas em cada enlace.
- Neste trabalho foram estudados dois métodos de precodificação/combinação, o *zero forcing* com CSI perfeito e o MRT/MRC. Em [11], também são analisados mais duas técnicas: ZF com conhecimento imperfeito do estado do canal e um terceiro método, o *minimum mean square error* (MMSE), que é uma junção das outras duas técnicas, buscando um ponto de equilíbrio entre a eliminação da ISI e maximização da SNR. Para o caso do ZF com CSI imperfeito, muda-se a expressão para a SINR e é preciso novamente recorrer as simulações Monte Carlo para obtenção da superfície de EE. Para o MMSE, os procedimentos a serem adotadas para obtenção desta superfície em muito se assemelham aos expostos neste trabalho. No entanto, a matriz de precodificação/combinação neste caso também depende da alocação de potência do sistema, sendo necessário fazer um processo iterativo. Em [11], foi apresentada uma abordagem para este processo iterativo, viabilizando assim a obtenção desta superfície para posterior comparação com os resultados obtidos neste trabalho.
- Com relação a alocação de potência utilizada neste trabalho, foi imposta uma restrição de distribuição uniforme das taxas entre os usuários. Esta restrição, no entanto, não é muito usual nos cenários reais, sendo mais comum a imposição de limitações na potência de transmissão do sistema. Dessa forma, uma possibilidade é estudar o comportamento destas superfícies em cenários com restrição da potência de transmissão, permitindo que as taxas entre os usuários sejam distribuídas de acordo com os ganhos relativos de cada canal. Para esta abordagem, pode ser utilizado o algoritmo *waterfilling* para fazer essa alocação de potência, o qual considera distribuir mais potência aos canais de maior SNR, descartando aqueles com relações sinal ruído muito baixas.
- Além disso, uma outra estratégia de otimização que pode ser abordada é a otimização inteira dos parâmetros M, K , uma metodologia mais clássica. Seria interessante comparar as complexidade computacionais envolvidas na obtenção do ponto de ótimo com essas duas abordagens, a otimização inteira e o algoritmo apresentado neste trabalho.
- Por fim, este trabalho abordou apenas o cenário unicelular. Em [11], também é apresentado um estudo do ZF no cenário multicelular, com conhecimento imperfeito do estado do canal. Uma possibilidade é o estudo deste caso e a expansão para o uso do MRT/MRC e do MMSE no ambiente multicelular e a posterior comparação com os resultados obtidos no caso unicelular.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] G.AUER; BLUME, O.; GODOR, I. Energy efficiency analysis of the reference systems, areas of improvement and target breakdown. *Energy Aware Radio and Network Technologies (EARTH)*, INFSO-ICT-247733, 2010. Disponível em: <<http://www.ict-earth.eu/>>.
- [2] HAMPTON, J. R. *Introduction to MIMO Communications*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2014. ISBN 1107042836, 9781107042834.
- [3] BIGLIERI, E. et al. *MIMO Wireless Communications*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2007. ISBN 0521873282.
- [4] BJÖRNSSON, E.; JORSWIECK, E. Optimal resource allocation in coordinated multi-cell systems. *Foundations and Trends in Communications and Information Theory*, v. 9, n. 2–3, p. 113–381, 2013. ISSN 1567-2190. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1561/01000000069>>.
- [5] CUI, S.; GOLDSMITH, A. J.; BAHAI, A. Energy-efficiency of mimo and cooperative mimo techniques in sensor networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 22, n. 6, p. 1089–1098, Agosto 2004. ISSN 0733-8716.
- [6] BJÖRNSSON, E. et al. Designing multi-user mimo for energy efficiency: When is massive mimo the answer? *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, p. 242–247, Abril 2014. ISSN 1525-3511.
- [7] LARSSON, E. G. et al. Massive mimo for next generation wireless systems. *IEEE Communications Magazine*, v. 52, n. 2, p. 186–195, Fevereiro 2014. ISSN 0163-6804.
- [8] PIRINEN, P. A brief overview of 5g research activities. In: *1st International Conference on 5G for Ubiquitous Connectivity*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 17–22.
- [9] RUSEK, F. et al. Scaling up mimo: Opportunities and challenges with very large arrays. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 30, n. 1, p. 40–60, Janeiro 2013. ISSN 1053-5888.
- [10] NGO, H. Q.; LARSSON, E. G.; MARZETTA, T. L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser mimo systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 61, n. 4, p. 1436–1449, Abril 2013. ISSN 0090-6778.
- [11] BJÖRNSSON, E. et al. Optimal design of energy-efficient multi-user mimo systems: Is massive mimo the answer? *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 14, n. 6, p. 3059–3075, Junho 2015. ISSN 1536-1276.

- [12] AUER, G. et al. How much energy is needed to run a wireless network? *IEEE Wireless Communications*, v. 18, n. 5, p. 40–49, Outubro 2011. ISSN 1536-1284.
- [13] KUMAR, R. V. R.; GURUGUBELLI, J. How green the lte technology can be? p. 1–5, Fevereiro 2011.
- [14] YANG, H.; MARZETTA, T. L. Performance of conjugate and zero-forcing beamforming in large-scale antenna systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 31, n. 2, p. 172–179, Fevereiro 2013. ISSN 0733-8716.
- [15] JOHAM, M.; UTSCHICK, W.; NOSSEK, J. A. Linear transmit processing in mimo communications systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 53, n. 8, p. 2700–2712, Agosto 2005. ISSN 1053-587X.
- [16] LO, T. K. Y. Maximum ratio transmission. *IEEE Transactions on Communications*, v. 47, n. 10, p. 1458–1461, Outubro 1999. ISSN 0090-6778.
- [17] MARZETTA, T. L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 9, n. 11, p. 3590–3600, Novembro 2010. ISSN 1536-1276.
- [18] PILLAI, S. U.; SUEL, T.; CHA, S. The perron-frobenius theorem: Some of its applications. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 22, n. 2, p. 62–75, Março 2005. ISSN 1053-5888.
- [19] TOMBAZ, S.; VASTBERG, A.; ZANDER, J. Energy and cost-efficient ultra-high-capacity wireless access. *IEEE Wireless Communications*, v. 18, n. 5, p. 18–24, Outubro 2011. ISSN 1536-1284.
- [20] KIM, H. S.; DANESHRAD, B. Energy-constrained link adaptation for mimo ofdm wireless communication systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 9, n. 9, p. 2820–2832, Setembro 2010. ISSN 1536-1276.
- [21] MOHAMMED, S. K. Impact of transceiver power consumption on the energy efficiency spectral efficiency tradeoff of zero-forcing detector in massive MIMO systems. *CoRR*, abs/1401.4907, 2014. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1401.4907>>.
- [22] MEZGHANI, A.; NOSSEK, J. A. Power efficiency in communication systems from a circuit perspective. p. 1896–1899, Maio 2011. ISSN 0271-4302.
- [23] MAIWALD, D.; KRAUS, D. Calculation of moments of complex wishart and complex inverse wishart distributed matrices. *IEEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, v. 147, n. 4, p. 162–168, Agosto 2000. ISSN 1350-2395.
- [24] BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. *Convex Optimization*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2004. ISBN 0521833787.
- [25] HOORFAR, A.; M.HASSANI. Inequalities on the lambert w function and hyperpower function. *Journal Inequalities in Pure and Applied Math*, Vol.9 no.2, pp.1-5, 2008.

- [26] HOYDIS, J.; BRINK, S. ten; DEBBAH, M. Massive mimo in the ul/dl of cellular networks: How many antennas do we need? *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 31, n. 2, p. 160–171, Fevereiro 2013. ISSN 0733-8716.

ANEXOS

I. DEMONSTRAÇÃO DA EXISTÊNCIA DE Z^{OTM} E DERIVAÇÃO DE SUA EXPRESSÃO

Seja $\varphi(z) = \frac{g \log_2(a + bz)}{c + dz + h \log_2(a + bz)}$. Analisando $\varphi'(z)$ para obter o ponto de máximo, temos:

$$\begin{aligned}
 \varphi'(z) &= 0 \\
 \frac{gb}{(a + bz) \ln(2)}(c + dz + h \log_2(a + bz)) - \left(d + \frac{hb}{(a + bz) \ln(2)}\right) g \log_2(a + bz) &= 0 \\
 \frac{b}{(a + bz) \ln(2)}(c + dz) + \frac{bh}{(a + bz) \ln(2)} \log_2(a + bz) - d \log_2(a + bz) - \frac{hb}{(a + bz) \ln(2)} \log_2(a + bz) &= 0 \\
 \frac{b}{(a + bz) \ln(2)}(c + dz) - d \log_2(a + bz) &= 0 \\
 \frac{bc + bdz}{(a + bz)} &= d \log_2(a + bz) \ln(2) \\
 \frac{bc + bdz}{a + bz} &= d \ln(a + bz) \\
 bc + bdz &= (ad + bdz) \ln(a + bz) \\
 bc - (ad) \ln(a + bz) &= (bdz) \ln(a + bz) - bdz \\
 bc - (ad) \ln(a + bz) &= (bdz)(\ln(a + bz) - 1) \\
 bc - ad - (ad) \ln(a + bz) &= -ad + (bdz)(\ln(a + bz) - 1) \\
 (bc - ad) &= (ad + bdz) (\ln(a + bz) - 1) \\
 \frac{(bc - ad)}{a + bz} &= d (\ln(a + bz) - 1) \tag{I.1}
 \end{aligned}$$

Fazendo $x = \ln(a + bz) - 1$, temos:

$$\begin{aligned}
 \ln(a + bz) &= x + 1 \\
 a + bz &= e^{x+1} \\
 z &= \frac{e^{x+1} - 1}{b}. \tag{I.2}
 \end{aligned}$$

E x é dado por:

$$\begin{aligned}
 \frac{bc - ad}{a + bz} &= dx \\
 (bc - ad) &= dxe^{x+1} \\
 \frac{bc - ad}{de} &= xe^x. \tag{I.3}
 \end{aligned}$$

Com base na definição de função *W Lambert* e sabendo que $xe^x = \frac{bc - ad}{de}$, temos que o valor

ótimo é expresso por $x^{otm} = W\left(\frac{bc-ad}{de}\right)$, de modo que a solução de z^{otm} é dada pela expressão:

$$z^{otm} = \frac{e^{W(\frac{bc-ad}{de})+1} - a}{b}.$$

II. OTIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE USUÁRIO - K ÓTIMO

II.1 Expressão para K^{otm}

Primeiramente, deve-se explicitar a dependência de $\phi_{user}(K)$ na variável K . Desse modo, temos:

$$\phi_{user}(K) = \frac{\left(\bar{R}K - \frac{\tau_{sum}\bar{R}K^2}{U}\right)}{(C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x}{\eta}\rho^{total}) + (C_1 + D_0\beta + A\bar{R})K + (C_2 + D_1\beta - \frac{A\tau_{sum}\bar{R}}{U})K^2 + (C_3 + D_2\beta)K^3} \quad (II.1)$$

A Eq. (II.1) tem a forma:

$$\phi_{user}(K) = \frac{aK - bK^2}{c_0 + c_1K + c_2K^2 + c_3K^3} \quad (II.2)$$

em que,

$$\begin{aligned} a &= \bar{R}; \\ b &= \frac{\tau_{sum}\bar{R}}{U}; \\ c_0 &= C_0 + \frac{b\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}; \\ c_1 &= C_1 + D_0\beta + A\bar{R}; \\ c_2 &= C_2 + D_1\beta - \frac{A\tau_{sum}\bar{R}}{U}; \\ c_3 &= C_3 + D_2\beta. \end{aligned} \quad (II.3)$$

Para que $\phi_{user}(K)$ seja uma função quasicôncava, seus *sublevel sets* devem ser convexos para todo $K \in \mathbb{R}$, ou seja:

$$\begin{aligned} \phi_{UE}(K) &\geq \alpha \\ \frac{aK - bK^2}{\sum_{i=0}^3 c_i K^i} &\geq \alpha \\ aK - bK^2 - \alpha \sum_{i=0}^3 c_i K^i &\geq 0 \\ \alpha \sum_{i=0}^3 c_i K^i - aK + bK^2 &\leq 0. \end{aligned} \quad (II.4)$$

Com base em [11], é possível mostrar que, dado que os coeficientes da modelagem de consumo energético apresentada no capítulo 3 (C_i, D_j, A em que $i = 1 : 3, j = 1 : 2$) são não negativos,

essa função é quasicôncava. Além disso, com base nos conceitos apresentados, o ponto de máximo global dessa função é dado pelo valor de K que garante que $\frac{\partial \phi(K)}{\partial K} = 0$, o que implica em:

$$\begin{aligned}
\phi'_{user}(K) &= \frac{(a - 2bK)(c_0 + c_1K + c_2K^2 + c_3K^3) - (c_1 + 2c_2K + 3c_3^2)(aK - bK^2)}{(c_0 + c_1K + c_2K^2 + c_3K^3)^2} = 0 \\
(ac_0) + (-2bc_0)K + (ac_2 - 2bc_1 - 2ac_2 + bc_1)K^2 + (ac_3 - 3ac_3)K^3 + (-2bc_3 + 2bc_3)K^4 &= 0 \\
(bc_3)K^4 - (2ac_3)K^3 - (ac_2 + bc_1)K^2 - (2bc_0)K + (ac_0) &= 0 \\
K^4 - \left(\frac{2a}{b}\right)K^3 - \left(\frac{(ac_2 + bc_1)}{bc_3}\right)K^2 - \left(\frac{2c_0}{c_3}\right)K + \left(\frac{ac_0}{bc_3}\right) &= 0. \tag{II.5}
\end{aligned}$$

Para expressarmos a Eq. (II.5) em função dos parâmetros da modelagem de consumo energético, fazamos as seguintes manipulações:

$$\begin{aligned}
\frac{a}{b} &= \frac{\bar{R}}{\frac{\tau_{sum}\bar{R}}{U}} = \frac{U}{\tau_{sum}}; \\
\frac{(ac_2 + bc_1)}{bc_3} &= \frac{\bar{R}\left(C_2 + D_1\beta - \frac{A\tau_{sum}\bar{R}}{U}\right) + \frac{\tau_{sum}\bar{R}}{U}(C_1 + D_0\beta + A\bar{R})}{\frac{\tau_{sum}\bar{R}}{U}(C_3 + D_2\beta)} \\
&= \frac{\frac{U}{\tau_{sum}}(C_2 + D_1\beta) - A\bar{R} + (C_1 + D_0\beta) + A\bar{R}}{C_3 + D_2\beta} \\
&= \frac{\frac{U}{\tau_{sum}}(C_2 + D_1\beta) + (C_1 + D_0\beta)}{C_3 + D_2\beta} = \mu_1; \\
\frac{c_0}{c_3} &= \frac{C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}}{C_3 + D_2\beta} = \mu_0; \\
\frac{ac_0}{bc_3} &= \frac{\bar{R}C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}}{\frac{-\tau_{sum}\bar{R}}{U}(C_3 + D_2\beta)} = \frac{-U}{\tau_{sum}}\mu_0; \tag{II.6}
\end{aligned}$$

de modo que a Eq. (II.5) se reduz a:

$$K^4 - \frac{U}{\tau_{sum}}K^3 - \mu_1K^2 - 2\mu_0K + \frac{U\mu_0}{\tau_{sum}} = 0. \tag{II.7}$$

II.2 K ótimo desconsiderando P_{EC} e P_{PC}

No caso em que desconsideramos os processos de estimação do canal, precodificação e combinação, ou seja, quando $P_{EC} = P_{PC}^{ZF} = 0$, temos que $C_2 = C_3 = D_1 = D_2 = 0$ e, conseqüentemente, $c_3 = 0$ e a Eq. (II.5) se reduz a:

$$\begin{aligned}
 & -(ac_2 + bc_1)K^2 - (2bc_0) + (ac_0) = 0 \\
 k &= \frac{2bc_0 \pm \sqrt{(2bc_0)^2 + 4(ac_2 + bc_1)ac_0}}{-2(ac_2 + bc_1)} \\
 k &= \frac{2bc_0 \pm 2\sqrt{b^2c_0^2 + 4c_0(ac_2 + bc_1)}}{-2(ac_2 + bc_1)} \\
 k &= \frac{-bc_0}{ac_2 + bc_1} \pm \frac{\sqrt{b^2c_0^2 + c_0(ac_2 + bc_1)}}{ac_2 + bc_1}
 \end{aligned} \tag{II.8}$$

Novamente, para expressarmos a Eq. (II.8) em função dos parâmetros que descrevem o consumo energético, com base na Eq. (II.3), façamos as seguintes manipulações:

$$\begin{aligned}
 \frac{-bc_0}{ac_2 + bc_1} &= \frac{\frac{\tau_{sum}\bar{R}}{U} \left(C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta} \right)}{\bar{R} \left(\frac{-A\tau_{sum}\bar{R}}{U} \right) + \frac{\tau_{sum}\bar{R}}{U} (C_1 + D_0\beta + A\bar{R})} \\
 &= \frac{C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}}{C_1 + D_0\beta} = \mu \\
 \frac{b^2c_0^2}{(ac_2 + bc_1)^2} &= \frac{\left(\frac{\tau_{sum}\bar{R}}{U} \left(C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta} \right) \right)^2}{\frac{\tau_{sum}\bar{R}}{U} (C_1 + D_0\beta)} \\
 &= \left(\frac{C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}}{C_1 + D_0\beta} \right)^2 = \mu^2 \\
 \frac{c_0(ac_2 + bc_1)}{(ac_2 + bc_1)^2} &= \frac{c_0}{ac_2 + bc_1} = \frac{C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}}{\frac{\tau_{sum}\bar{R}}{U} (C_1 + D_0\beta)} \\
 &= \frac{U}{\tau_{sum}\bar{R}} \mu.
 \end{aligned} \tag{II.9}$$

Desse modo, as raízes da equação são dadas por:

$$K = -\mu + \sqrt{\mu^2 + \frac{U}{\tau_{sum}\bar{R}}}\mu = \mu \left(\sqrt{1 + \frac{U}{\tau_{sum}\bar{R}}} - 1 \right), \quad (\text{II.10})$$

em que,

$$\mu = \frac{C_0 + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}}{C_1 + D_0 \beta} = \frac{P_{FIX} + P_{SYN} + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}}{P_{UE} + P_{BS} \beta}. \quad (\text{II.11})$$

III. OTIMIZAÇÃO DO NÚMERO DE ANTENAS NA ESTAÇÃO BASE - M ÓTIMO

III.1 Expressão para M^{otm}

De maneira semelhante ao feito para o caso do número de usuários, é interessante primeiramente escrevermos $\phi_{base}(M)$ em função de coeficientes que expressam a dependência com M . Desse modo, temos:

$$\phi_{base}(M) = \frac{BK \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2((1 - \rho K) + \rho M)}{\left(\sum_{i=0}^3 C_i K^i + \frac{B\sigma^2 S_x \rho K}{\eta}\right) + \left(\sum_{j=0}^2 D_j K^j\right) M + ABK \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2((1 - \rho K) + \rho M)}$$

$$\phi_{base}(M) = \frac{B \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2((1 - \rho K) + \rho M)}{\left(\frac{\sum_{i=0}^3 C_i K^i}{K} + \frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta}\right) + \left(\frac{\sum_{j=0}^2 D_j K^j}{K}\right) M + AB \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2((1 - \rho K) + \rho M)}$$
(III.1)

Fazendo uma analogia com a função $\varphi(z)$, em que no caso em análise, M é análogo a z , podemos expressar a função acima como:

$$\phi_{base}(M) = \frac{g \log_2(a + bz)}{c + dz + h \log_2(a + bz)},$$
(III.2)

em que,

$$\begin{aligned} g &= B \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right); \\ a &= 1 - \rho K; \\ b &= \rho; \\ c &= \frac{C_0 + C_1 K + C_2 K^2 + C_3 K^3}{K} + \frac{B\sigma^2 S_x \rho^{total}}{\eta}; \\ d &= \frac{D_0 + D_1 K + D_2 K^2}{K}; \\ h &= AB \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) = Ag. \end{aligned}$$
(III.3)

Com base no Anexo I, sabemos que $z^{otm} = \frac{e^{W\left(\frac{bc-ad}{de}\right)+1} - a}{b}$. Para expressarmos essa equação em função dos parâmetros da modelagem de consumo energético ($C_i, D_j, A, i = 1 : 3, j = 1 : 2$), reescrevemos:

$$\begin{aligned}
bc &= \rho \left(\frac{\sum_{i=0}^3 C_i K^i}{K} + \frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta} \right); \\
ad &= (a - \rho K) \left(\frac{\sum_{j=0}^2 D_j K^j}{K} \right).
\end{aligned}
\tag{III.4}$$

Seja $C' = \frac{\sum_{i=0}^3 C_i K^i}{K}$ e $D' = \frac{\sum_{j=0}^2 D_j K^j}{K}$, temos:

$$\begin{aligned}
\frac{bc - ad}{de} &= \frac{\rho(C' + \frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta}) - (1 - \rho K)D'}{D'e} \\
&= \frac{\rho(C' + \frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta})}{D'e} + \frac{\rho K - 1}{e}.
\end{aligned}
\tag{III.5}$$

Aplicando esta expressão na fórmula de z^{otm} , temos que o M ótimo é dado por:

$$M^{otm} = \frac{e \left(\frac{\rho \left(C' + \frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta} \right)}{D'e} + \frac{\rho K - 1}{e} \right)^{+1}}{\rho} + (\rho K - 1).
\tag{III.6}$$

III.2 Limite inferior de M^{otm}

Para encontrarmos o limite inferior de M^{otm} , utilizaremos os limites da função W *Lambert* expressos na Eq. (4.2). Neste caso, temos:

$$\begin{aligned}
M^{otm} &= \frac{e^{W(x)+1} + (\rho K - 1)}{\rho} \\
e^{W(x)+1} &= \rho M^{otm} - \rho K + 1 \\
\rho M^{otm} - \rho K + 1 &= e^{W(x)+1} \geq \frac{ex}{\ln(x)} \\
M^{otm} &\geq \frac{ex}{\rho \ln(x)} + K - \frac{1}{\rho}
\end{aligned}
\tag{III.7}$$

Sabendo que, neste caso, $x = \frac{\rho \left(C' + \frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta} \right)}{D'e} + \frac{\rho K - 1}{e}$, temos:

$$\begin{aligned}
M^{otm} &\geq K - \frac{1}{\rho} + \frac{e \left(\frac{\rho \frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta} + C}{D'e} \frac{\rho K - 1}{e} \right)}{\rho \ln \left(\rho \frac{\frac{B\sigma^2 S_x \rho}{\eta} + C'}{D'e} + \frac{(\rho K - 1)}{e} \right)} \\
M^{otm} &\geq K - \frac{1}{\rho} + \frac{\frac{B\sigma^2 S_x}{\eta D'} \rho + \frac{C'}{D'} + K - \frac{1}{\rho}}{\ln(\rho) + \ln \left(\frac{B\sigma^2 S_x}{\eta D'} + \frac{C'}{D'} + K - \frac{1}{\rho} \right) - 1} \tag{III.8}
\end{aligned}$$

III.3 Limite de M^{otm} para $\rho \rightarrow \infty$

No limite de $\rho \rightarrow \infty$, temos:

$$\begin{aligned}
M^{otm} &= \frac{\frac{B\sigma^2 S_x}{\eta D'} \rho}{\ln(\rho) + \ln \left(\frac{B\sigma^2 S_x}{\eta D'} \right)} \\
M^{otm} &= \frac{\frac{B\sigma^2 S_x}{\eta D'} \rho}{\ln \left(\rho^2 \frac{B\sigma^2 S_x}{\eta D'} \right)} \\
M^{otm} &= \frac{B\sigma^2 S_x}{2\eta D'} \frac{\rho}{\ln(\rho)} \tag{III.9}
\end{aligned}$$

IV. OTIMIZAÇÃO DA SINR DA POTÊNCIA DE TRANSMISSÃO DO ENLACE - ρ ÓTIMO

IV.1 Expressão para ρ^{otm}

O procedimento realizado para encontrar ρ^{otm} é muito semelhante ao feito para o caso do número de antenas. Neste caso, primeiramente escrevermos $\phi_{\text{SINR}}(\rho)$ em função de coeficientes que expressam a dependência com este parâmetro. Deste modo, temos:

$$\phi_{\text{SINR}}(\rho) = \frac{BK \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2(1 + \rho(M - K))}{\left(\sum_{i=0}^3 C_i K^i + \sum_{j=0}^2 D_j MK^j\right) + \frac{B\sigma^2 S_x K}{\eta} \rho + ABK \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2(1 + \rho(M - K))}$$

$$\phi_{\text{SINR}}(\rho) = \frac{B \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2(1 + \rho(M - K))}{\left(\frac{\sum_{i=0}^3 C_i K^i + \sum_{j=0}^2 D_j MK^j}{K}\right) + \frac{B\sigma^2 S_x}{\eta} \rho + AB \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) \log_2(1 + \rho(M - K))}. \quad (\text{IV.1})$$

Fazendo uma analogia com a função $\varphi(z)$, em que no caso em análise, ρ é análogo a z , podemos expressar a função acima como:

$$\phi_{\text{SINR}}(\rho) = \frac{g \log_2(a + bz)}{c + dz + h \log_2(a + bz)}, \quad (\text{IV.2})$$

em que,

$$\begin{aligned} g &= B \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right); \\ a &= 1; \\ b &= M - K; \\ c &= \frac{\sum_{i=0}^3 C_i K^i + \sum_{j=0}^2 D_j MK^j}{K}; \\ d &= \frac{B\sigma^2 S_x}{\eta}; \\ h &= AB \left(1 - \frac{\tau_{sum}K}{U}\right) = Ag. \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

Com base no Anexo I, sabemos que $z^{otm} = \frac{e^{W\left(\frac{bc-ad}{de}\right)+1} - a}{b}$. Para expressarmos essa equação em função dos parâmetros da modelagem de consumo energético ($C_i, D_j, A, i = 1 : 3, j = 1 : 2$), fazamos as manipulações abaixo.

Seja $C' = \frac{\sum_{i=0}^3 C_i K^i}{K}$ e $D' = \frac{\sum_{j=0}^2 D_j K^j}{K}$, temos:

$$\begin{aligned}
bc &= (M - K)(C' + MD'); \\
ad &= \frac{B\sigma^2 S_x}{\eta}; \\
\frac{bc - ad}{de} &= \frac{(M - K)(C' + MD') - \frac{B\sigma^2 S_x}{\eta}}{\frac{B\sigma^2 S_x}{\eta} e} \\
&= \frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} \frac{(M - K)(C' + MD')}{e} - \frac{1}{e}.
\end{aligned} \tag{IV.4}$$

Aplicando essa expressão na fórmula de z^{otm} , temos que o ρ ótimo é dado por:

$$\rho^{otm} = \frac{e^{W\left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} \frac{(M - K)(C' + MD')}{e} - \frac{1}{e}\right) + 1} - 1}{M - K}. \tag{IV.5}$$

IV.2 Limite inferior de ρ^{otm}

Para encontrarmos o limite inferior de ρ^{otm} , utilizaremos os limites da função W *Lambert* expressos em 4.2. Neste caso, temos:

$$\begin{aligned}
\rho^{otm} &= \frac{e^{W(x)+1} - 1}{M - K} \\
e^{W(x)+1} &= \rho^{otm}(M - K) + 1 \\
\rho^{otm}(M - K) + 1 &= e^{W(x)+1} \geq \frac{ex}{\ln(x)} \\
\rho^{otm} &\geq \left(\frac{ex}{\ln(x)} - 1 \right) \frac{1}{M - K}
\end{aligned} \tag{IV.6}$$

Sabendo que, neste caso, $x = \frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} \frac{(M - K)(C' + MD')}{e} - \frac{1}{e}$, temos:

$$\begin{aligned}
\rho^{otm} &\geq \left(\frac{e \left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} \frac{(M-K)(C' + MD')}{e} - \frac{1}{e} \right)}{\ln \left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} \frac{(M-K)(C + MD')}{e} - \frac{1}{e} \right)} - 1 \right) \frac{1}{M-K} \\
\rho^{otm} &\geq \frac{\left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} \right) (M-K)(C' + MD') - 1 - \ln \left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} (M-K)(C + MD') - 1 \right) + 1}{\ln \left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} (M-K)(C + MD') - 1 \right) - 1} \frac{1}{M-K} \\
\rho^{otm} &\geq \frac{\left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} \right) (C' + MD') - \frac{\ln \left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} (M-K)(C + MD') - 1 \right)}{M-K}}{\ln \left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} (M-K)(C + MD') - 1 \right) - 1}. \tag{IV.7}
\end{aligned}$$

IV.3 Limite de ρ^{otm} para $M \rightarrow \infty$

No limite de $M \rightarrow \infty$, temos:

$$\begin{aligned}
\rho^{otm} &= \frac{\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} MD' - \frac{\ln \left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} M^2 D' \right)}{M}}{\ln \left(\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} M^2 D' \right)} \\
\rho^{otm} &= \frac{\frac{\eta}{B\sigma^2 S_x} MD' - \frac{2 \ln(M)}{M}}{2 \ln(M)} \\
\rho^{otm} &= \frac{\eta D'}{2 B \sigma^2 S_x} \frac{M}{\ln(M)} \tag{IV.8}
\end{aligned}$$